Горбачук В.М., д.ф.-м.н., с.н.с.,
Морозов О.О., аспірант,
Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України

ВИМІРЮВАННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ МЕРЕЖ

Поняття ступеня (degree), проміжковості найкоротшого шляху (shortest-path betweenness), близькості (closeness) у соціальних мережах широко застосовують міри центральності вузлів. Ступінь вузла – це число ланок, зв'язаних з вузлом. Проміжковість найкоротшого шляху для окремого вузла – це відношення кількості найкоротших шляхів, які проходять через даний вузол, до загальної кількості найкоротших вузлів у мережі. Припускалося, що більший ступінь проміжковості вузла свідчить про більшу важливість даного вузла у мережі. Проте ступінь центральності вузла вважається локальною мірою, бо визначається лише числом сусідів цього вузла. З іншого боку, близькість вузла обернена до середньої геодезичної відстані (тобто найкоротшого шляху) між даним вузлом і всіма іншими вузлами, досяжними з цього вузла: мале значення близькості вузла вказує на центральну роль цього вузла у мережі. Інша інтерпретація такої близькості вузла у тому, що коротші відстані від даного вузла до інших вузлів зручніші для комунікаційних цілей.

Крім вищезазначених широко вживаних мір центральності, є інші міри центральності, що зосереджуються на різних аспектах мережі. Вузол дістає високу центральність власного вектора (eigenvector centrality) через зв'язки з багатьма іншими вузлами (аналогічно до ступеня центральності) або через звя'зки з вузлами, які мають високу центральність власного вектора. Центральність потоку (flow centrality) і центральність проміжковості з використанням потоків (betweenness centrality using flows) оцінюють важливість вузла, вимірюючи обсяг потоку, який проходить через даний вузол у рамках моделі максимального потоку. Міра центральності бере до уваги мережеві потоки, але не охоплює налаштування їхньої поведінки та ланкових потоків після усунення компонентів мережі. Більше того, для поширення теорії центральності на грані й ланки у мережах застосовувалося поняття проміжковості грані (edge betweenness) у соціальних і біологічних мережах. Аналогічно до проміжковості вузла проміжковість грані – це кількість геодезичних найкоротших шляхів між вузлами, які проходять по грані мережі.

Всі вищезазначені міри центральності стосуються незважених мереж, що задаються виключно бінарними змінними, які вказують на існування зв'язку між кожною парою вузлів без надання ваг ланкам. Недавні дослідження складних мереж доводили, що для врахування взаємозв'язків і потоків між різними вузлами слід надавати свою вагу кожній ланці, яка з'єднує пару вузлів. Такого роду мережі називають зваженими. Мережі задаються не лише своєю топологією, але й також динамікою інформації або потоку трафіку, що має місце на даній структурі. Обсяг трафіку, який характеризує зв'язки у комунікаційних системах і великих транспортних інфрастуктурах, є вирішальним для повної характеристики цих мереж.

Для зважених мереж відомо дуже мало мір центральності. Для адаптації існуючих мір центральності незважених мереж до зважених мереж пропонується простий метод відображення. Міра центральності зваженої проміжковості (weighted betweenness) включає таку інформацію, як трафік між кожною парою вузлів у мережі. Хоча автори такої міри стверджують, що її утворюють економічні фактори, вона не враховує такі важливі властивості багатьох реальних великомасштабних мереж, як поведінка осіб, які приймають рішення, та інформація про витрати.

Міра Латора – Марчіорі (Latora – Marchiori) ефективності (efficiency) мережі G визначається як

$$E_{LM} = E(G) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i \neq j \in G} \frac{1}{d_{ij}},$$

де n – число вузлів у мережі G, d_{ij} – довжина найкоротшого шляху (геодезична відстань (distance)) між вузлами i, j .

$E(G)$ вимірює центральність мережі, що показує, наскільки погіршується функція мережі, коли її позбавляють певного компонента. Якщо відстані між парами вузлів менші, то мережа вважається ефективнішою і краще працюючою. Якщо ланка між вузлами i, j не є направленою (directed), то $d_{ij} = d_{ji}$.

Для ілюстрації розглянемо мережу, топологія якої задається $n=3$, $d_{12} = d_{21} = 5$, $d_{23} = d_{32} = 4$, $d_{13} = d_{31} = 3$. Тоді

$$E_{LM} = E(G) = \frac{1}{3(3-1)} \sum_{i \neq j=1}^{3} \frac{1}{d_{ij}} = \frac{1}{6}\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\right) =$$

$$= \frac{2}{6}\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3} \times \frac{12+15+20}{60} = \frac{47}{180} = 0.261.$$