

ПІДВИЩЕННЯ ШВИДКОСТІ ГЕНЕТИЧНОГО АЛГОРИТМУ ФРАКТАЛЬНОГО СТИСНЕННЯ

Генетичний алгоритм являє собою алгоритмічний підхід до вирішення екстремальних задач однокритеріального вибору, заснований на моделюванні основних факторів еволюційного розвитку популяції.

При використанні генетичного алгоритму для пошуку оптимальних рішень кожен елемент $x \in X$ простору оптимізації повинен бути представлений як вектор $b \in B$ з N символів двійкового алфавіту $A = \{0,1\}$, где $B = A^N$. Необхідно також, щоб простір оптимізації X складався з кінцевим числом елементів [23].

Популяцією $P = (\chi^1, \chi^2, \dots, \chi^M)$ чисельності M вважається вектор простору B^M , координати якого називаються генотипами особин даної популяції.

Кроком генетичного алгоритму є перехід від поточного покоління до наступного, тобто отримання нової популяції P_{t+1} з P_t . У побудові черговий особини нової популяції беруть участь оператори кросинговеру, мутації і випадковий оператор відбору $B^M \rightarrow \{1, \dots, M\}$ дія якого полягає у виборі номера особини батька при породженні чергового нащадка.

Для визначення необхідно задати оператор кросинговеру (схрещування) $B \times B \rightarrow B \times B$ і оператор мутації $Mut: B \rightarrow B$.

Дія кросинговеру $(\chi', \tau') = Cross(\chi, \tau)$ полягає у виборі випадковим чином деякої позиції j , рівномірно розподілені від 1 до $N-1$, після чого результат формується у вигляді

$$\chi' = (\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_j, \tau_{j+1}, \dots, \tau_N) \quad (1)$$

$$\tau' = (\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_j, \chi_{j+1}, \dots, \chi_N) \quad (2)$$

Вплив кросинговеру регулюють за допомогою ймовірності P_{Cross} спрацьовування цього оператора (в іншому випадку все залишається без змін). Оператор мутації в кожній позиції аргументу із заданою вірогідністю P_{mut} замінює її вміст на випадковий елемент двійкового алфавіту A , обраний у відповідності з рівномірним розподілом (в іншому випадку все залишається без змін).

Цільова функція вихідної задачі, замінюється в генетичному алгоритмі на не негативну функцію придатності генотипу $\Phi(\chi)$, де $\chi \in B$.

Процес роботи алгоритму являє собою послідовну зміну поколінь, на кожному кроці якої популяція P_{t+1} наповнюється парами нащадків від особин популяції P_t за формулою

$$(\chi_k^{t+1}, \chi_{k+1}^{t+1}) = Mut(Cross(\chi_{Select(P_t)}^t, \chi_{Select(P_t)}^t)), \quad (3)$$

де $(\chi_k^{t+1}, \chi_{k+1}^{t+1})$ – особини з найменшою придатністю популяції P_t . Тобто індивіди витягуються попарно з P_{t-i} після кросинговеру і мутації поміщаються в P_{t+1} . Зміна ймовірностей мутації кросинговері дозволяє регулювати роботу генетичного алгоритму і налаштувати його на конкретні завдання [20].

Опишемо схему генетичного алгоритму в застосуванні до задачі фрактального стиснення. В якості генотипу зручно взяти вектор, компонентами якого будуть координати області $D_{j(i)}$ вихідного зображення, визначеного на тороїдальній поверхні, і число кодує афінне перетворення W_i . Є вісім способів афінного перетворення квадрата в квадрат: поворот на чотири сторони або дзеркальне відображення і поворот на чотири сторони. Отже, на кодування цього перетворення достатньо трьох біт. Функцію придатності покладемо рівною

$$\Phi = \frac{1}{1 + \sum \left(\left[f_{\zeta, \eta} - F_{\zeta, \eta} \right]^2 \right) / (\zeta, \eta) \in R_i \cap Z^2} \quad (4)$$

Де в нижній частині під знаком суми - евклідова відстань між вихідним і перетвореним блоком. Ця функція задовольняє вимоги генетичного алгоритму (не негативна) і адекватна для оператора відбору, при якій кожен індивід $\chi^{i,t}$ популяції P_t виявляється батьком при формуванні чергових особин $\chi^{i,t+1}$ популяції P_{t+1} з імовірністю

$$P_{select}(\chi^{i,t}) = \frac{\Phi(\chi^{i,t})}{\sum_j \Phi(\chi^{j,t})} \quad (5)$$

При такому поданні хромосом, визначаючий даний генотип, будь-який вектор простору рішень завжди допустимий і має не нульову придатність.

Оператор мутації для даного алгоритму – стандартний, а оператор кросинговеру був модифікований таким чином: позиція кросинговеру може розташовуватися тільки в місцях стиснення двійкового представлення координат; виконується тільки для близькоспоріднених особин, тобто, якщо відстань $\rho(\chi, \tau)$ мало, де ρ – деяка метрика.