

АЛГОРИТМ ПОШУКУ ГЛОБАЛЬНОГО ОПТИМУМУ В ЗАДАЧІ РОЗМІЩЕННЯ ДЖЕРЕЛ ТЕПЛА

Ряд промислових виробництв потребує оптимального розміщення деяких джерел тепла. Розглянемо два характерних приклади.

Перший приклад стосується точної термічної обробки, в якому бажані результати забезпечуються точним контролем теплового режиму. Для цієї мети переважно використовують печі, які нагрівають за рахунок випромінювання. Теплові умови залежать від вибору геометрії печі, властивостей матеріалів, розміщення та інтенсивності панелей випромінювачів. Панель випромінювача являє собою прямокутну матрицю джерел випромінювання, кожне з яких може мати свою власну потужність. Тому, з точки зору розміщення джерел, роботу панельного випромінювача можна розглядати як призначення джерел різної потужності на певних місця в матриці.

Наступний приклад має справу з мікроелектронікою. Оскільки під час роботи сучасних електронних пристроїв генерується багато енергії, оптимальне розміщення їх в сенсі теплових критеріїв є важливим. Теплові явища можуть мати негативний вплив на функціональність електронних пристроїв. Великі температурні градієнти можуть зменшити термін служби мікросхеми, викликати помилки під час роботи тощо.

Методи і підходи до вирішення таких задач є досить різноманітними. Наприклад, матричний синтез, імітація відпалу, різні варіанти генетичного алгоритму тощо. На жаль жоден з них не гарантує глобального оптимуму.

Дана робота пропонує алгоритм, який гарантує глобальний оптимум для одного класу теплових задач розміщення джерел.

Розглянемо двовимірну область Ω , яка містить m джерел теплоти $suppD_i$, $i = 1, \dots, m$. Кожне джерело задане у власній локальній системі координат. Оскільки можливість поворотів локальних систем координат не розглядаються, розміщення кожного джерела визначається координатами початку відліку локальної системи в глобальній системі. Координати початку в глобальній системі координат позначається як Z_i . Тоді розміщення всіх $suppD_i$, $i = 1, \dots, m$ в Ω визначається вектором $Z = (Z_1, Z_2, \dots, Z_m)$.

Розподіл температури описується наступною змішаною крайовою задачею для рівняння теплопровідності:

$$\frac{\partial}{\partial y_1} \left(k \frac{\partial u}{\partial y_1} \right) + \frac{\partial}{\partial y_2} \left(k \frac{\partial u}{\partial y_2} \right) = -f(y_1, y_2, Z), \quad u|_{\partial\Omega_1} = \psi, \quad k \frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{\partial\Omega_2} = -q,$$

$$f(y_1, y_2, Z) = \begin{cases} A_i(y - z_i), & \text{if } y \in suppD_i \\ 0, & \text{if } y \notin \bigcup_{i=1}^m suppD_i \end{cases}.$$

Нехай Ω містить також m точок $P = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$, які ми будемо називати посадковими місцями, та множину точок $T = \{t_1, t_2, \dots, t_k\}$. Задача полягає в тому, щоб розмістити усі джерела на посадкові місця таким чином, щоб мінімізувати максимальне значення розв'язку крайової задачі в точках множини T , тобто,

$$\kappa(Z) = \max_{t \in T} u(t, Z) \rightarrow \min.$$

Дана задача оптимізації може бути сформульована в стилі задачі про призначення. Перш за все відзначимо, що крайова задача є лінійною. Таким чином, значення поля в точці t може бути отримане у вигляді суперпозиції вкладів від кожного джерела:

$$u(t_k, Z) = \sum_{i=1}^m u(t_k, z_i), \quad z_i \in P.$$

Будь-яке джерело $suppD_i$ може бути розміщене на будь-якому з посадкових місць з множини P . Таким чином, з кожною точкою множини T ми можемо пов'язати матрицю C , де c_{ij} є вклад джерела $suppD_i$, коли воно знаходиться на посадковому місці p_j .

Введемо змінні x_{ij} , $i, j = 1, \dots, n$. Дана змінна дорівнює 1, якщо джерело $suppD_i$ розміщене на посадковому місці p_j і нулю в протилежному випадку.

Тоді значення функції $u(t_k, Z)$ в точці t_k можна розрахувати наступним чином:

$$u(t_k, Z) = \sum_{i,j=1}^m c_{ij} x_{ij}, \quad \text{при обмеженнях} \quad \begin{cases} \sum_{i=1}^m x_{ij} = 1, \forall j \\ \sum_{j=1}^m x_{ij} = 1, \forall i \end{cases}.$$

Метод розв'язку такої задачі про призначення заснований на схемі гілок і меж. Запропоновані процедури розгалуження та відсічення. Створений програмний продукт продемонстрував ефективність запропонованого підходу.