

## КОНТРОЛЬ ЯКОСТІ ТЕКСТУРИ ПОВЕРХНІ ВИРОБІВ З ПРИРОДНОГО КАМЕНЮ НА ОСНОВІ АНАЛІЗУ СПЕКТРУ

Спектр Фур'є підходить для опису спрямованості присутніх в зображенні періодичних або квазіперіодичних двовимірних структур. Ці глобальні текстурні образи легко розрізняються на спектрі у вигляді імпульсів з високою енергією, проте їх непросто знайти за допомогою просторових методів обробки, які є локальними по своїй природі.

Позначимо через  $x(i_1, i_2) = x_{i_1, i_2}, i_1 = 0, I_1 - 1, i_2 = 0, I_2 - 1$  двовимірне поле (двовимірний сигнал), що описує дискретне зображення розміру  $I_1$  рядків й  $I_2$  стовпців. Поза зазначеними границями цей сигнал не визначений. Виконаємо періодичне продовження даного фінітного сигналу, ввівши двовимірний періодичний сигнал:

$$\tilde{x}_{i_1, i_2} = \sum_{m_1=-\infty}^{\infty} \sum_{m_2=-\infty}^{\infty} x_{i_1-m_1 I_1, i_2-m_2 I_2}$$

Якщо сигнал  $x_{i_1}$ , і  $x_{i_2}$  існує тільки усередині прямокутника  $R_{I_1}, R_{I_2} = \{(i_1, i_2): 0 \leq i_1 \leq I_1-1, 0 \leq i_2 \leq I_2 - 1\}$  зі сторонами  $I_1 \times I_2$  елементів, то сигнал  $x_{i_1, i_2}$  визначений на всій площині  $(i_1, i_2)$  і є на ній прямокутно-періодичним.

Будь-який періодичний сигнал може бути представлений у вигляді ряду Фур'є, але, на відміну від одновимірних сигналів, двовимірні описуються двовимірним рядом Фур'є, що має вид:

$$\tilde{x}(i_1, i_2) = \frac{1}{I_1 I_2} \sum_{k_1=0}^{I_1-1} \sum_{k_2=0}^{I_2-1} \tilde{X}_{k_1, k_2} \exp(j \frac{2\pi}{I_1} i_1 k_1 + j \frac{2\pi}{I_2} i_2 k_2), \quad j = \sqrt{-1}.$$

Базисні функції цього двовимірного представлення – двовірні комплексні експоненти (інколи називаються комплексними синусоїдами)

$$\varphi_{k_1, k_2}(i_1, i_2) = \frac{1}{I_1 I_2} W_1^{i_1 k_1} W_2^{i_2 k_2}, \quad W_1 = \exp(j \frac{2\pi}{I_1}), \quad W_2 = \exp(j \frac{2\pi}{I_2}).$$

Вони, як і сигнал  $x(\square)$ , мають прямокутну періодичність з тим же періодом  $I_1 \times I_2$ . Тут  $(k_1, k_2)$  – двовірний номер

базисної функції, а величини  $\frac{2\pi k_{1(2)}}{I_{1(2)}}$  мають сенс просторових частот.

Коефіцієнти Фур'є  $X_{k_1, k_2}$  утворюють двовимірний частотний спектр сигналу  $x_{i_1, i_2}$  і визначаються формулою

прямого перетворення Фур'є: 
$$\tilde{X}_{k_1, k_2} = \sum_{i_1=0}^{I_1-1} \sum_{i_2=0}^{I_2-1} \tilde{x}_{i_1, i_2} W_1^{i_1 k_1} W_2^{i_2 k_2}$$

Розглянемо наступні властивості фур'є-спектру, корисні для опису текстури: виступаючі списи спектру указують головний напрям текстурної складової; місце положення цих піків на частотній площині дає основний просторовий період текстури; після усунення всіх періодичних складових шляхом фільтрації, в зображенні залишаються тільки неперіодичні компоненти, які потім можуть описуватися за допомогою статистичних методів. Амплітуда спектру симетрична щодо початку координат, так що достатньо розглядати тільки половину частотної площини. Таким чином, в аналізі кожна періодична компоненту текстури пов'язана тільки з одним піком спектру, а не з двома. Виявлення і інтерпретація вищезазначених спектральних ознак часто спрощується при переході до полярних координат, в яких спектральна функція виражається у вигляді  $S(r, \theta)$ , де  $r$  і  $\theta$  - змінні цієї системи координат. Для кожного кута  $\theta$  функція  $S(r, \theta)$  може розглядатися як одновимірною функцією  $S_\theta(r)$ . Аналогічно, для кожного значення частоти  $r$ ,  $S_\theta(r)$  є одновимірною функцією. Аналіз функції  $S_\theta(r)$  при фіксованому  $\theta$  дає картину поведінки спектру (скажімо, наявність піків) по направленню радіусу з початку координат, а досліджуючи  $S_r(\theta)$  при фіксованому  $r$ , одержуємо поведінку спектральної функції уздовж кола з центром на початку координат.