Николайчук О.А., аспирант,
Панишев А.В., д.т.н., проф., зав. кафедрой ИПЗ
Житомирський государственный технологический университет

МОДИФИКАЦИЯ МЕТОДА ЛИТТЛА ДЛЯ ПОИСКА КРАТЧАЙШИХ ГАМИЛЬТОНОВЫХ МАРШРУТОВ

Способ построения перестановки σ_{xy}, не включающей элемент $(x, y) \in \sigma,$ и перестановки $\sigma(x, y)$, содержащей $(x, y) \in \sigma$, для вычисления нижних границ в схеме ветвления алгоритма Литтла является базовой компонентой метода, обеспечивающего поиск точных решений задач класса коммивояжера. Этот класс образует ЗК, ОЗК и ГЗК. Способ требует детализации действий, выполняемых в корне дерева перебора, и аргументированного обоснования, определяющего направление ветвления.

Пусть $\mathrm{C} = \ c_{ij}\ _n$ - матрица стоимостей, где $\mathrm{c}_{ij} = D(\propto_{ij})$ в ОЗК, $c_{ij} = d_{ij}$ в ЗК и ГЗК, $g = (g\ 1\ , g\ 2\ , \dots, g[n])$, $\varphi(g)$ - соответственно допустимый маршрут и его стоимость в любой из этих задач.

Нижняя граница φ_0 в корне дерева перебора равна минимуму $\mathrm{C}(\sigma)$ целевой функции ЗН для матрицы С. Ее можно приблизить к стоимости $\varphi(g^*)$ оптимального обхода g^* следующим образом. Вначале матрица С приводится по строкам, а полученный результат – по столбцам. Затем матрица С приводится по столбцам, а полученный результат – по строкам. В общем случае сумма констант μ_1 приведения матрицы С вначале по строкам , а затем по столбцам не равна сумме констант приведения μ_2 этой матрицы вначале по столбцам, а затем по строкам. Тогда

$$\mathrm{C}\ \sigma\ = \mu_1 + \mathrm{C}_1\ \sigma_1\ = \mu_2 + \mathrm{C}_2\ \sigma_2$$

где σ^1 - решение ЗН для дважды приведенной матрицы $\mathrm{C}_i,\ i = 1, 2$

Если $\varphi(g^*)$ - стоимость оптимального обхода g^*, полученного из матрицы C_1, то справедливы неравенства

$$\mathrm{C}_2\ \sigma_2\ < C_1\ \sigma_1\ \leq \varphi(g^*)$$

из которых следует, что значение $\mathrm{C}_1\ \sigma_1$ ближе к $\varphi(g^*)$, чем $\mathrm{C}_2\ \sigma_2$.

Таким образом, чтобы определить нижнюю границу в корне дерева перебора, нужно из матрицы С получить дважды приведенные матрицы C_1 и C_2 с суммами констант приведения μ_1 и μ_2, выбрать наименьшую сумму $\mu_0 = \min\ \mu_1, \mu_2$, соответствующую е матрицу C_0 и для матрицы C_0 найти решение ЗН σ_0. За нижнюю границу стоимости любого обхода, порождаемого матрицей С, принимается величина

$$\varphi_0 = \mu_0 + \mathrm{C}_0\ \sigma_0\ , \mu_0 = \min\ \mu_1, \mu_2$$

Отметим особенности способа вычисления оценки по этой формуле :

а). Временные затраты на вычисление φ_0 оцениваются величиной $O(n^2)$.

б). В отличии от алгоритма Литтла процедура приведения вызывается только для исходной матрицы С и оптимальный обход строится для приведенной матрицы C_0.

в). Для минимизирования стоимости строительства участков транспортной сети, образующих замкнутый маршрут, $C_0 = \mathrm{C}$ и $\varphi_0 = 0$.

Для простоты обозначений положим в корне дерева перебора $\mathrm{C} = C_0, \sigma = \sigma_0, \mu = \mu_0, \varphi_0 = \mathrm{C}(\sigma)$

Модификация включает быструю процедуру нахождения элемента, инициирующего ветвление, каждый раз выбирая его только из элементов решения ЗН. Процесс ветвления завершается когда для входной матрицы ГЗК либо построена циклическая перестановка с минимальной суммой входящих в неё элементов, либо когда исходный граф не гамильтонов.

Следует отметить, что в отличии от алгоритма Литтла модификация характеризуется предельно экономной организацией памяти для хранения данных и дерева перебора. На его построение требуется сравнительно небольшой объем памяти, который отводится для хранения двух входных матриц.