Трофимчук А.Н., д.т.н., директор,
Васянин В.А., д.т.н., в.н.с.,
Ушакова Л.П., н.с.
Институт телекоммуникаций и глобального информационного пространства НАН Украины, г. Киев

ЗАДАЧА МАРШРУТИЗАЦИИ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ С РАЗДЕЛЬНОЙ ДОСТАВКОЙ ГРУЗОВ

Сформулируем задачу маршрутизации с неограниченным и ограниченным неоднородным парком транспортных средств и раздельной доставкой грузов (The Split Delivery Vehicle Routing Problem, SDVRP). Рассмотрим полный неориентированный граф $G(N,E)$ с множеством вершин $N=\{0,1,...,n\}$, включающим вершину $\{0\}$ – депо, и множество клиентов $C=\{1,...,n\}$. Известны объемы доставляемых однородных мелкопартионных грузов $a_i \in Z^+$, $i=\overline{1,n}$, измеряемые количеством единиц, количество m_k и грузоподъемность $Q_k \in Z^+$ транспортных средств типа $k \in V$, $V=\{1,...,K\}$, $k=\overline{1,K}$. Под мелкопартионными грузами понимаются тарно-штучные грузы унифицированного размера. Каждый клиент может посещаться несколькими транспортными средствами, а запрос клиентов может быть больше грузоподъемности транспортных средств. Каждое транспортное средство начинает и заканчивает свой тур в одном и том же депо. Известны F_k, f_i^k и f_{ij}^k, $i,j=\overline{0,n}$, $k=\overline{1,K}$ – соответственно фиксированные затраты на приобретение и обслуживание транспортных средств, переменные затраты на обработку и транспортировку грузов. Задача заключается в построении маршрутов, обслуживающих запросы всех клиентов без нарушения ограничений на грузоподъемность транспортных средств и имеющих минимальную стоимость.

Введем переменные y_i^k, определяющие количество единиц груза доставленных клиенту i транспортным средством типа k, целочисленные переменные u_i^k для исключения подциклов, которые определяют порядковый номер элемента i в маршруте транспортного средства типа k и булевы переменные x_{ij}^k, $x_{ij}^k=1$, если транспортное средство типа k движется от клиента i к клиенту j и $x_{ij}^k=0$ в противном случае. Требуется найти минимум функции

$$F_{CDVRP}=\sum_{k\in V}F_k\sum_{j\in C}x_{0j}^k+\sum_{k\in V}\sum_{i\in N}f_i^k(y_i^k)+\sum_{k\in V}\sum_{i,j\in N}f_{ij}^k x_{ij}^k, \tag{1}$$

при ограничениях

$$\sum_{k\in V}\sum_{i\in N}x_{ij}^k\ge 1,\quad \forall j\in N, \tag{2}$$

$$\sum_{i\in N}x_{ij}^k-\sum_{i\in N}x_{ji}^k=0,\quad \forall j\in N,\ \forall k\in V, \tag{3}$$

$$u_i^k-u_j^k+nx_{ij}^k\le n-1,\quad \forall i,j\in C,\ \forall k\in V, \tag{4}$$

$$y_i^k\le a_i\sum_{j\in N}x_{ij}^k,\quad \forall i\in C,\ \forall k\in V, \tag{5}$$

$$\sum_{k\in V}y_i^k=a_i,\quad \forall i\in C, \tag{6}$$

$$\sum_{i\in C}y_i^k\le Q_k,\quad \forall k\in V, \tag{7}$$

$$x_{ij}^k\in\{0,1\},\quad \forall i,j\in N,\ \forall k\in V, \tag{8}$$

$$y_i^k, u_i^k\ge 0 \text{ и целые},\quad \forall i\in C,\ \forall k\in V. \tag{9}$$

Для ограниченного парка транспортных средств к задаче добавятся ограничения

$$\sum_{j\in C}x_{0j}^k\le m_k,\quad \forall k\in V. \tag{10}$$

Целевая функция (1) определяет общие затраты маршрутизации. Ограничения (2) и (3) гарантируют, что каждый клиент j посещается хотя бы одним транспортным средством типа k, и это транспортное средство после прибытия к клиенту и выгрузки его груза должно обязательно покинуть клиента. Ограничения (4) запрещают подциклы, не проходящие через депо, а ограничения (5)-(7) распределяют запросы клиентов среди транспортных средств.

В докладе обсуждаются технические и экономические особенности и характеристики реальных транспортных процессов, которые должны быть учтены при формировании целевой функции сформулированной задачи, рассматриваются методы и алгоритмы, применяемые в настоящее время для решения задач подобного класса. Отмечается возможность решения сформулированной задачи с помощью известных пакетов смешанного и целочисленного линейного программирования, таких как IBM ILOG CPLEX, GAMS, AIMMS, Gurobi Optimizer, ABACUS, COIN-OR, GLPK, lp_solve. Многие из них доступны на сервере NEOS (https://neos-server.org/neos/).