***Доценко С.И., к.ф.-м.н., доцент,***
*Киевский национальній университет имени Тараса Шевченко*

# ВЕРОЯТНОСТНОЕ РЕШЕНИЕ ЦЕЛОЧИСЛЕННОЙ ЗАДАЧИ О БАНКРОТСТВЕ

Задача о банкротстве является актуальной прикладной экономической задачей и формулируется очень просто: как раздать долги, если суммарные претензии кредиторов превышают имеющуюся в наличии сумму? Математически классическая задача о банкротстве формулируется следующим образом: пусть $\vec{c} = (c_1, c_2, ..., c_n)$ - вектор претензий кредиторов, E>0 -сумма удовлетворения претензий, где $c_i > 0$, $0 < E < \sum c_i$. Решением задачи о банкротстве называется отображение из множества задач о банкротстве в множество векторов $\vec{x} = (x_1, ..., x_n)$ удовлетворений претензий $F : (\vec{c}, E) \to \vec{x}$, где $0 \le x_i \le c_i, \sum x_i = E$. Существуют различные способы решения данной задачи, базирующиеся на концепции кооперативной теории игр и дающие различные, но близкие значения вектора $\vec{x}$. Однако, поскольку в общем случае компоненты вектора $\vec{x}$ могут быть дробными, то найденное решение может быть неприемлемым, когда речь идет о распределении неделимых предметов. Автором предложен возможный способ выхода из данной ситуации путем построения специальной лотереи. При этом нахождение целочисленного решения задачи о банкротстве состоит из таких этапов:

1) Нахождение решения задачи о банкротстве.

Решение задачи о банкротстве строится на основании вспомогательной характеристической функции коперативной игры, вычисляемой по формуле $V(S) = \left( E - \sum_{i \in N \setminus S} c_i \right)_+$, где значение х.ф. от коалиции S - это уступка ей со стороны членов коалиции N\S, т.е. сумма, которая останется после попытки полного удовлетворения претензий членов коалиции N\S.

При этом все кредиторы считаются агентами в кооперативной игре с такой характеристической функцией, а за решение задачи о банкротстве принимается какое-либо решение вспомогательной кооперативной игры (например, вектор Шепли, n-ядро либо же тау-значение.

2) Гарантированная выплата всем кредиторам целых частей найденного решения.

3) Построение лотереи, удовлетворяющей двум свойствам: а) Каждый из участников получает дополнительно 1 с вероятностью, равной дробной части его компоненты в найденном решении и 0 с дополнительной вероятностью. б) При любом исходе лотереи сумма выплат равна сумме дробных частей всех компонент найденного решения.

Лотерея, удовлетворяющая таким условиям может быть проведена по следующему механизму.

В каждом туре два любых еще не выбывших агента (скажем i, k) играют в справедливую азартную игру. В результате выбывает по крайней мере один из них.

1) Пусть $0<p_i<1$, $0<p_k<1$, $p_i+p_k<1$, тогда ставками являются собственные шансы (на получение 1).

С вероятностью $p_i/(p_i+p_k)$ i-й агент увеличивает свой шанс до $p_i+p_k$ а k-й выбывает с нулем, а вероятностью $p_k/(p_i+p_k)$ - наоборот.

2) Пусть $0<p_i<1$, $0<p_k<1$, $p_i+p_k=1$, тогда ставками являются собственные шансы.

С вероятностью $p_i/(p_i+p_k)$ i-й агент получает 1, a k-й - 0, а вероятностью pk/(pi+pk) - наоборот. Оба агента выбывают из лотереи.

3) Пусть 0<pi<1, 0<pk<1, pi+pk>1, тогда ставками являются дополнения шансов оппонентов до 1, т.е. $1-p_k$ и $1-p_i$ соответственно.

С вероятностью $(1- p_k)/(2-p_i-p_k)$ i-й агент получает 1, a k-й – уменьшает шансы до $p_i+p_k-1$, а вероятностью $(1- p_i)/(2-p_i-p_k)$ - наоборот.

Такая лотерея гарантированно закончится за чило шагов, равное числу участников минус 1 и в результате каждый из участников получит 1 с вероятностью, равной дробной части своей компоненты решения задачи о банкротстве и 0 с дополнительной вероятностью.