Ємець О. О., д.ф.-м.н., проф.,
Ємець Ол-ра О., к.ф.-м.н., доц.,
Ємець Є. М., к.ф.-м.н., проф.,
Поляков І.М., аспірант,
Полтавський університет економіки та торгівлі

ОПТИМІЗАЦІЯ НА ПОЛІРОЗМІЩЕННЯХ ПРИ СТАЛОСТІ СУМИ КООРДИНАТ В РОЗМІЩЕННЯХ

Задачі комбінаторної оптимізації є розділом теорії оптимізації, що швидко і бурхливо розвивається, і в якому досліджуються моделі, що використовують як допустимі точки – комбінаторні конфігурації, такі як перестановки, розміщення, сполучення та більш складні, як от полі- розміщення. Полірозміщення введені в роботах, які узагальнені в [1,2].

Вивчення комбінаторних ігрових задач на розміщеннях (див., наприклад, [3, 4]), в яких розміщення є мішаною стратегією, а отже сума координат в ньому є одиницею, привело до необхідності розв'язувати лінійні комбінаторні задачі на розміщеннях, що мають таку властивість [5]. Можна ставити і більш складні ігрові комбінаторні задачі, в яких допустимими є точки-полірозміщення, що мають сталість сум координат в розміщеннях. Методів розв'язування таки задач немає, отже, актуальним та необхідним є предмет даної публікації.

Розглянемо множину полірозміщень [2, 3]. Нехай $G=\{g_1,...,g_\eta\}$ – мультимножина пронумерованих дійсних чисел, а $S(G)$ – її основа, $[G]=\{\eta_1,...,\eta_\nu\}$ – первинна специфікація, де $\eta_1+...+\eta_\nu=\eta$; $1\le\eta_i\le k$ $\forall i\in J_\nu=\{1,2,...,\nu\}$. Нехай $N_1,...,N_s$ – упорядковане розбиття множини $J_\eta=\{1,2,...,\eta\}$ на s підмножин, тобто: $N_i\bigcap N_j=\varnothing$, $\forall i\ne j$; $N_i\ne\varnothing$, $i,j\in J_s$; $\bigcup\limits_{i=1}^{s}N_i=J_\eta$. Розглянемо упорядковане розбиття числа k на s доданків $k_1,...,k_s$ за умов $1\le k_i\le n_i=|N_i|$ $\forall i\in J_s$. Очевидно, що $k_1+...+k_s=k$, $n_1+...+n_s=\eta$. Позначимо $J_n\bigcup\{0\}=J_n^0$. Утворимо множину k_i-розміщень з множини N_i, яку позначимо $E_{n_i}^{k_i}(N_i)$. Нехай її елемент – це π^i, тобто $\pi^i=(\pi_{i1},...,\pi_{ik_i})\in E_{n_i}^{k_i}(N_i)$, $i\in J_s$. Об'єднаємо $\forall i$ упорядковані k_i-вибірки π^i в упорядковану k-вибірку з множини J_η $\pi=(\pi(1),...,\pi(k))=(\pi_{11},...,\pi_{1k_1},...,\pi_{s1},...,\pi_{sk_s})=(\pi^1,...,\pi^s)$. Нехай H – це множина всіх таких вибірок, тобто $H=\{\pi=(\pi^1,...,\pi^s)\ \mid\ \forall\pi^i\in E_{n_i}^{k_i}(N_i)\ \ \forall i\in J_s\}$. Утворимо k-вибірку g з мультимножини G, вибираючи до неї ті елементи G і в тому порядку, який задає k-вибірка $\pi\in H$, а саме: $g=(g_{\pi(1)},...,g_{\pi(k)})$. Множину всіх таких вибірок називають [2, 3] загальною множиною полірозміщень і позначають $E_{\eta\nu}^{ks}(G,H)$, тобто $E_{\eta\nu}^{ks}(G,H)=\{(g_{\pi(1)},...,g_{\pi(k)})\,|\,\forall\pi\in H\}$.

Розглянемо таку лінійну умовну повністю комбінаторну задачу евклідової оптимізації на полірозміщеннях [2, 3]:

$$\sum_{j=1}^{k}c_jy_j\to\min \qquad (1)$$

за умов

$$y=(y_1,...,y_k)=(Y_1,...,Y_i,...,Y_s)\in E_{\eta\nu}^{ks}(G^y); \qquad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{k_i}y_{m_i+j}=C_i\quad \forall i\in J_s; \qquad (3)$$

де $Y_i=(y_{m_i+1},y_{m_i+2},...,y_{m_i+k_i})$; $c_j\in R^1$ $\forall j\in J_k$;

G^y – мультимножина $G^y=\{g_1^y,...,g_\eta^y\}$, $g_i^y\in R^1$ $\forall j\in J_\eta$;

$C_i=const\in R^1$, $C_i\ne 0$ $\forall i\in J_s$, а

$$m_0=0;\ k_0=0;\ m_i=m_{i-1}+k_{i-1}\quad \forall i\in J_s; \qquad (4)$$

Література

1. Стоян Ю. Г. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації / Ю. Г. Стоян, О. О. Ємець. – К.: Ін-т системн. досліджень освіти, 1993. – 188 с. – http://dspace.uccu.org.ua/handle/123456789/487.

2. Стоян Ю. Г. Оптимізація на полірозміщеннях: теорія та методи / Ю. Г. Стоян, О. О. Ємець, Є. М. Ємець. – Полтава: РВЦ ПУСКУ, 2005. – 103 с. – http://dspace.uccu.org.ua/handle/123456789/376.

3. Emets O. A. Studies of Problems of Combinatorial Optimization of Game Type on Arrangements / O. A. Emets, N. Yu. Ustian // Journal of Automation and Information Sciences. –2007. – Vol. 39 – № 1. – P. 24–35.

4. Iemets O. A. Iterative Method for Solving Combinatorial Optimization Problems of the Game-type on Arrangements / Oleg A. Iemets, Elena V. Olkhovskaja // Journal of Automation and Information Sciences. –2011. – Vol. 43 – № 5 – P. 52–63.

5. Iemets O. O. Solving a linear problem of Euclidean combinatorial optimization on arrangements with the constant sum of the elements / O. O. Iemets, O. O. Yemets // Cybernetics and Systems Analysis. – 2012 – V. 48, № 4. – P. 547-557.