Зубенко В.В., к.ф.-м.н., доцент,
Київський національний університет ім. Тараса Шевченка

ПРО ТАБЛИЧНІ АЛГОРИТМИ ТА ФУНКЦІЇ

Відомі два різних тлумачення функцій: процедурне й теоретико-множинне. У першому випадку функція (від лат. functio – виконання, звершення) розглядається як спосіб для отримання певного результату за аргументами, у другому – як синонім теоретико-множинного відображення. Процедурний підхід сформувався історично першим. Однак він був майже витіснений другим на початку XX ст. у зв'язку з тотальним переходом математики на теоретико-множинну основу. Сьогодні процедурний підхід повертає свої позиції завдяки бурхливому розвитку конструктивної математики, інформатики та інформаційного моделювання.

В [1] зроблена спроба уточнити загальне поняття функції як процедури. В доповіді виділяється підклас, так званих, табличних алгоритмів та обчислюваних функцій як загальна основа для класичних алгоритмічних систем. Розглядаються алгебраїчні властивості даних алгоритмів та функцій.

Нехай $\langle \Gamma, < \rangle$ – довільна лінійно впорядкована сукупність, яку будемо трактувати як часовий простір. Позначимо τ^+ та τ^- безпосередньо наступний і попередній моменти часу для моменту τ. Вважається, що в часовому просторі немає найменшого та найбільшого елементів. Інформаційну складову процесів обчислень подають *стани.* Нехай S – довільна множина станів. Пара $\Pi = \langle \Gamma, S \rangle$ називається *обчислювальним простором.* Зафіксуємо певну сукупність $\Delta = \{ f_i : S \to S \mid i \ge 0 \}$ *елементарних операцій* на станах і визначимо *функцію керування* процесами як $\delta : \Gamma \times S \to 2^{\Delta}$. Остання пов'язує з кожним моментом часу обчислення одне або кілька можливих елементарних перетворень поточного стану.

Трійка $P = \langle \Pi, \Delta, \delta \rangle$ називається *обчислювальною процедурою* над простором Π. Кожна обчислювальна процедура породжує певну сукупність обчислень у просторі Π. Нехай $\tau \in \Gamma$ та $s \in S$ – довільні момент часу і стан. *Обчислення* $p : \Gamma_\tau \to S$ за процедурою P з початком у момент часу τ і початковим станом s_0 визначається рекурентно: $p\tau = s_0$ і для всіх $\varsigma > \tau$ $p\varsigma = f_\varsigma(p\varsigma^-)$, де $f_\varsigma \in \delta(\varsigma, p\varsigma^-)$. Для завершення процесу обчислень та визначення їхніх результатів виділяють сукупність вихідних станів або застосовують певні часові фактори. Кожна процедура описує (обчислює) певну функцію. Якщо процедура описується конструктивно, то вона називається абстрактним алгоритмом.

Серед усіх алгоритмів визначимо підклас табличних алгоритмів як загальної основи для усіх класичних алгоритмічних систем. Нехай часовий простір Γ ізоморфний адитивній групі Z цілих чисел і P – довільна процедура у просторі $\Pi = \langle Z, S \rangle$. (Табличні алгоритми можуть бути визначені у будь-якому факторизованому часовому просторі.)

Факторизуємо функцію переходу δ за часовим аргументом і станами. Зафіксуємо деяку часову константу $k \ge 1$ і певне відношення еквівалентності π на станах. Функція переходу δ періодична за модулем відношення π із періодом k (k -періодична), якщо для будь-яких еквівалентних станів p та s і довільного моменту часу $t \in Z$ виконується $\delta(t, p) = \delta(t \pm k, s)$. Якщо еквівалентність π має скінченний індекс і розв'язні класи, то процедура з періодичною функцією переходу називається *табличним алгоритмом.*

Традиційні алгоритмічні системи є табличними алгоритмами, а точніше $1-$періодичними табличними алгоритмами, тому що їхня функція керування не залежить від часової компоненти (скінченні автомати, алгоритми Маркова тощо). Наприклад, машина Тьюрінга є табличним $1-$періодичним алгоритмом: два її стани еквівалентні, якщо їхні внутрішні стани та стани робочих комірок на стрічці збігаються.

Розглядаються теореми про аналіз та синтез, а також інші властивості табличних алгоритмів.

Література

1. Зубенко В. В. Програмування: Навчальний посібник / В. В. Зубенко, Л. Л. Омельчук.– К.: ВПЦ «Київський університет», 2011. - 625 с.