

ДВОЕТАПНА ТРАНСПОРТНА ЗАДАЧА З ЗАДАНОЮ КІЛЬКІСТЮ ПРОМІЖНИХ ПУНКТІВ

Нехай в m пунктах постачання $A_1, \dots, A_m \in a_1, \dots, a_m$ одиниць продукції, яку потрібно перевезти до n споживачів B_1, \dots, B_n , задовольнивши їх потреби b_1, \dots, b_n . Для транспортування продукції можна задіяти l проміжних пунктів D_1, \dots, D_l з мінімальними $d_1^{low}, \dots, d_l^{low}$ та максимальними $d_1^{up}, \dots, d_l^{up}$ пропускними спроможностями ($d_k^{low} \leq d_k^{up}$, $k = 1, \dots, l$). Потрібно знайти оптимальний план перевезень, який використовує D ($1 < D < l$) проміжних пунктів, де c_{ik} та c_{kj} – витрати на перевезення одиниці продукції від постачальника A_i до пункту D_k та від пункту D_k до споживача B_j .

Відповідна двоетапна транспортна задача має такий вигляд: знайти

$$f^* = \min_{x,y} \left\{ f(x, y) = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^l c_{ik} x_{ik} + \sum_{k=1}^l \sum_{j=1}^n c_{kj} y_{kj} \right\}, \quad (1)$$

за обмежень

$$\sum_{k=1}^l x_{ik} = a_i, \quad i = 1, \dots, m, \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^l y_{kj} = b_j, \quad j = 1, \dots, n, \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ik} - \sum_{j=1}^n y_{kj} = 0, \quad k = 1, \dots, l, \quad (4)$$

$$d_k^{low} z_k \leq \sum_{i=1}^m x_{ik} \leq d_k^{up} z_k, \quad k = 1, \dots, l, \quad (5)$$

$$\sum_{k=1}^l z_k = D, \quad (6)$$

$$x_{ik} \geq 0, y_{kj} \geq 0, z_k = 0 \vee 1, \quad i = 1, \dots, m, k = 1, \dots, l, j = 1, \dots, n. \quad (7)$$

Тут x_{ik} – кількість продукції, яка перевозиться від постачальника A_i до пункту D_k , y_{kj} – кількість продукції від пункту D_k до споживача B_j , z_k – булева змінна, яка дорівнює одиниці, якщо проміжний пункт D_k використовується, та дорівнює нулю в протилежному випадку.

Задача (1)–(7) є задачею булевого лінійного програмування, яка містить $(m+n+1) \times l$ змінних x_{ik} , y_{kj} , z_k та $m+n+3l+1$ обмежень. Цільова функція (1) задає сумарні витрати на транспортування продукції від постачальників до споживачів. Обмеження (2) означають транспортування усієї продукції a_1, \dots, a_m із пунктів постачання до проміжних пунктів, а обмеження (3) – що споживачам потрібно доставити необхідну продукцію b_1, \dots, b_n з проміжних пунктів. Обмеження (4) задають умови на те, щоб вся продукція, яка приходить від постачальників до кожного проміжного пункту, була обов'язково відправлена споживачам. Обмеження (6) означає, що задіяними повинні бути рівно D проміжних пунктів, а обмеження (5) визначає для них нижні та верхні границі пропускних спроможностей.

Якщо в задачі (1)–(7) прибрати обмеження (5) та (6), то отримаємо класичну двоетапну транспортну задачу [1], опис якої на мові моделювання AMPL (A Mathematical Programming Language) наведено в [2]. Незначна модифікація цього коду дозволить використовувати для розв'язання задачі (1)–(7) сучасне програмне забезпечення.

Задача є актуальною для агропідприємств при розподіленні та доставці вирощеної продукції для продажу або переробки на власних потужностях. В якості проміжних пунктів тут виступають власні та орендовані елеватори (зернохосвища). Вона може знайти застосування для пошуку раціонального розташування заданої кількості складів з урахуванням визначеного положення отримувачів матеріально-технічних засобів на території, де вони виконують свої завдання [3].

Література

1. Карагодова О.О. Кігель В.Р., Рожок В.Д. Дослідження операцій: Навч. посіб. – К.: Центр учбової літератури, 2007. – 256 с.
2. Стецюк П.І., Мазютинець Г.В., Мілешовський Б.І. AMPL-реалізація двоетапної транспортної задачі // Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем: Тези доповідей XV Міжнародної науково-практичної конференції MPZIS–2017, 22-24 листопада 2017 р. – Д.: ДНУ, 2017. – С. 186–191.
3. Романченко І.С., Хазанович О.І., Трегубенко С.С. Моделювання системи матеріально-технічного забезпечення. – Львів: НАСВ ЗС України, 2015. – 156 с.