

НЕОДНОЗНАЧНІСТЬ РЕЗУЛЬТАТІВ ТЕОРЕТИЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ СТІЙКОСТІ КОНСОЛЬНИХ ІНСТРУМЕНТАЛЬНИХ ОПРАВОК

Відомо, що під час розточування та шліфування глибоких отворів консольним інструментом виникає часткова або повна втрата його поперечної стійкості, зумовлена власною вагою інструментальної оправки та відцентровими силами інерціями, що на неї діють.

Метою даною роботи є порівняння результатів двох методів розрахунку величини лінійної деформації, яка виникає під впливом ваги та сил інерції інструментальної оправки.

Принциповою різницею між методами розрахунку є те, що у першому методі лінійна деформація розраховується за допомогою загального неоднорідного диференційного рівняння 4-го порядку, а в другому – із застосуванням правила Верещагіна, при якому розподілене навантаження від сил інерції замінюється зосередженою силою інерції.

Розглядається циліндрична оправка з довжиною консольної частини L та діаметром D , виготовлена з легованої сталі (модуль пружності $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа, густина $\rho = 7800$ кг/м³).

У першому методі розрахунку припускається, що вага оправки q_B є лінійно-розподіленою та однаковою по всій її довжині, а величина відцентрової сили інерції $q_{ин}$, яка діє на оправку, змінюється. Вводиться система координат, початок якої знаходиться в точці консольного закріплення, вісь абсцис x є горизонтальною та напрямлена вздовж оправки, а вісь ординат y співпадає з напрямком деформації (рис. 1). Сила інерції $q_{ин}$ представляється як функція від змінної y , де y – величина лінійної деформації оправки, яка у свою чергу залежить від x .

Можна записати диференційне рівняння вигнутої осі балки 4-го порядку з врахуванням власної ваги оправки та відцентрових сил інерції:

$$EIy^{IV}(x) = q_B + q_{ин}(y(x)),$$

де I – момент інерції поперечного перерізу (для круглого перерізу $I = \pi \cdot D^4/64$).

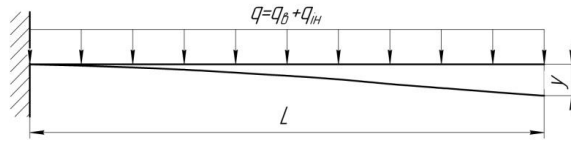


Рис. 1. Схема навантаження оправки лінійно-розподіленими силами q_B та $q_{ин}$

При цьому розподілена вага оправки становить $q_B = \pi \cdot D^2 \cdot \rho \cdot g/4$, а відцентрові сили інерції – де $\omega = \pi n/30$ – кутова швидкість обертання оправки, n – частота обертання.

З диференційного рівняння можна визначити максимальне значення лінійної деформації оправки y при $x = L$ з врахуванням власної ваги та відцентрових сил інерції оправки.

У другому методі розрахунку для визначення максимальної лінійної деформації y необхідно просумувати деформації від статичного та динамічного навантажень:

$$y = y_B + y_{ин}$$

де y_B – деформація від статичного навантаження – від ваги; $y_{ин}$ – деформація від динамічного навантаження – від сил інерції.

Величина відцентрової сили інерції $y_{ин}$, яка діє на оправку, змінюється по довжині й представляється як функція від змінної x , де x – відстань від точки консольного кріплення:

$$y_{ин}(x) = \frac{q}{2EI} \left(L^2 \frac{x^2}{2} - L \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{12} \right).$$

Сили інерції, що діють на елементарні ділянки оправки довжиною dx :

$$dF_{ин} = dm \cdot a = \frac{\pi D^2}{4} dx \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot y(x)$$

Інтенсивність розподіленого навантаження від сил інерції по довжині оправки можна представити функціональною залежністю:

$$q_{ин} = \frac{dF_{ин}}{dx} = \frac{\pi D^2 \cdot \rho \cdot \omega^2}{4} \left[\frac{q}{2EI} \left(L^2 \frac{x^2}{2} - L \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{12} \right) \right].$$

Замінімо розподілене навантаження зосередженою силою, що прикладена до центру ваги площі, обмеженою оправкою та кривою з координатою $x = (13/18)L$ (рис. 2):

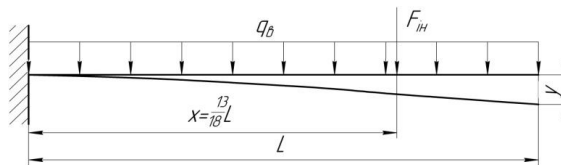


Рис. 2. Схема навантаження оправки лінійно-розподіленою q_D та F_{in} зосередженою силами

Тоді максимальна величина лінійної деформації, яка зумовлена діями відцентрових сил інерції, розраховуватиметься за формулою:

$$y_{in} = \frac{6929}{34992 EI} F_{in} \cdot L^3 = \frac{886912 L^8 \cdot \rho^2 \cdot n^2 \cdot g \cdot \pi^2}{314928000 E^2 \cdot D^4}$$

На рис. 3 наведено графіки залежності лінійної деформації оправки у довжиною $L = 0,3$ м під дією власної ваги та відцентрових сил інерції від частоти обертання оправки n , отримані за допомогою обох методів розрахунку.

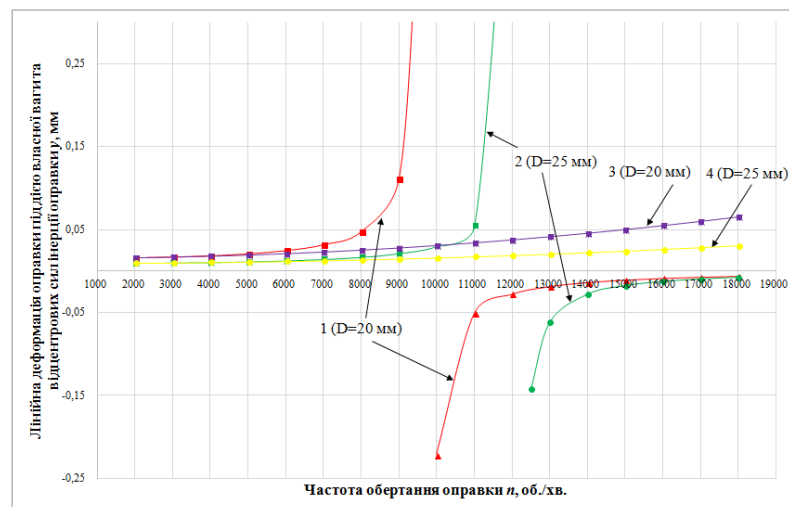


Рис. 3. Графіки залежності лінійної деформації оправки у довжиною $L = 0,3$ м під дією власної ваги та відцентрових сил інерції від частоти обертання оправки n (1, 2 – графіки, отримані за допомогою першого методу розрахунку; 3, 4 – графіки, отримані за допомогою другого методу розрахунку)

Вочевидь, що при збільшенні частоти обертання оправки величина лінійної деформації також збільшується. Однак, при розрахунку за першим методом, при наблизенні частоти обертання до якогось «критичного» значення (тим меншого, чим більше співвідношення L/D), величина деформації асимптотично прямує до нескінченності; після «критичної» частоти деформація приймає нескінченно від'ємні значення, що є неможливим в реальних умовах. В той же час, при частотах обертання оправки, на 10–15% менших за «критичні», величини лінійних деформацій, отримані за допомогою обох методів розрахунку при одних і тих же геометричних параметрах оправки майже не відрізняються.

Висновки. В роботі розглянуто два методи розрахунку величини лінійної деформації, спричиненої діями ваги та відцентрової сили інерції консольної інструментальної оправки. Виявлено, що результати розрахунків суттєво відрізняються при великих значеннях частоти обертання оправки (для оправки довжиною $L = 0,3$ м та діаметром $D = 0,02$ м розбіжності починаються від частоти обертання, що перебільшує $n = 7000$ об./хв.). На жаль, через відсутність високошвидкісного обладнання виконані теоретичні дослідження наразі неможливо підтвердити або спростувати експериментально.