

*Атоєв К.Л., канд. біолог. наук, стари. наук. співр.
Шнига С.П., мол. наук. співр.
Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України*

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ УПРАВЛІННЯ СКЛАДНИМИ НЕЛІНЕЙНИМИ СИСТЕМАМИ

Нехай деяка динамічна система описується системою диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = F(t, x, u) \\ x(t_0) = x_0, t \in [t_0, t_1] \end{cases},$$

де F – вектор-функція поведінки системи, x – вектор змінних, $u = u(t)$ – поліноміальна вектор-функція управління. Задача полягає у знаходженні таких керуючих впливів u , які б мінімізували функціонал $I(t, x)$ при обмеженнях $u(t) \in U$, та відображення фазових траєкторій системи при знайдених керуючих впливах.

Для чисельного розв’язання задачі знаходження оптимального управління використовувалася модифікований метод випадкового пошуку – метод стохастичного градієнта. При реалізації цього алгоритму використано середовище GNU Octave версії 4.4.1, що розповсюджується за ліцензією GNU GPL і може працювати у операційних системах Linux, macOS, BSD та Windows. Для розв’язання задачі пошуку оптимального управління необхідно відкрити файл програми за допомогою середовища Octave та ввести початкові значення для необхідних змінних.

Кожне з управляючих впливів u було представлено поліномом третього порядку, тобто розв’язок шукається серед функцій вигляду $u(t) = a_3 t^3 + a_2 t^2 + a_1 t + a_0$. Запобігання зациклованню методу здійснено через введення обмеження на кількість обчислень чисельного розв’язку системи диференціальних рівнянь, як найтривалішого при виконанні програми. При перевищенні порогу обчислювання зупиняються. Для оцінки інтегральних значень параметрів моделі за інтервал моделювання застосовувався метод трапецій.

Програма була використана для пошуку оптимального управління системою, поведінка якої описується атрактором Лоренца:

$$\begin{cases} \dot{x} = \sigma(y - x) \\ \dot{y} = x(\rho - z) - y \\ \dot{z} = xy - \beta z \end{cases}$$

У роботах [1-3] ця модель використовувалася для дослідження механізмів виникнення хаосу у економічних системах. При цьому x – рівень функції виробничої системи, y – кількість робочих місць у виробничій системі, z – рівень структурних порушень у виробничій системі.

Тут всі параметри є деякими функціями від параметру часу t .

Початковими умови є значення параметрів $\sigma_0, \rho_0, \beta_0$ при $t = t_0$, граничними – обмеження на час $t \in [t_0, t_1]$ та на значення коефіцієнтів поліномів управління. Критерієм є мінімізація значення функції:

$$I = \int_{t_0}^{t_1} z(t) dt$$

Результати виконання виводяться на вкладку «Command Window», переключитись на яку можна внизу вікна програми. Для кожної точки градієнтного спуску виводяться відповідні функції управління та значення критерію, рішення про продовження руху у попередньому напрямку або про пошук нового варіанту.

Після проведення обчислень програма виводить графіки знайдених функцій оптимального управління та фазові траєкторії системи при цих управліннях в окреме вікно. В тексті програми можна змінити опції виводу, а саме – вибрати необхідні графіки, їх колір, тип ліній, розташування, підписи легенд та їх місцезнаходження, тип шкали.

Література:

1. Атоєв К.Л. Возникновение режимов детерминированного хаоса в задачах управления социально-экономическим развитием // Математичне моделювання в економіці. – 2013. – №3. – С. 90-97.
2. Атоєв К.Л. Комплексне моделювання впливу глобальних змін на взаємозв’язок між водними, продовольчими та енергетичними ресурсами // Теорія оптимальних рішень. – 2017. – С. 3 – 8.
3. Atoyev K., Knopov P., Pepeliaev V., Kisala P., Romaniuk R., Ralimoldayev M. The mathematical problems of complex systems investigation under uncertainties // Recent advanced in information technology / ed. Waldemar Wojcik & Jan Sikora – 2018. – Leiden, The Netherlands: CRC Press/Balkema, P.135–171.

