

**ДВОВИМІРНА АПРОКСИМАЦІЯ ПРИ ФРАКТАЛЬНОМУ УЩІЛЬНЕННІ ЗОБРАЖЕНЬ**

У випадку лінійної апроксимації значення пікселя для двовимірного зображення визначається так:

$$f(x, y) = ax + by + c. \quad (1)$$

У загальному випадку значення  $f(x, y)$  відрізняються від значення пікселя  $z_{xy}$ . Мінімальне значення відстані досягається при мінімальному значенні суми квадратів відстаней, тобто:

$$S = \sum_{x=1}^N \sum_{y=1}^M (ax + by + c - z_{xy})^2 = \text{Min}, \quad (2)$$

де  $M, N$  – розміри зображення,

$z_{xy}$  – значення пікселя в точці зображення з координатами  $x, y$ .

Функція  $S$  має мінімальний екстремум у точці, де частинні похідні від коефіцієнтів дорівнюють нулю:

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial b} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial c} = 0. \quad (3)$$

Таким чином, отримуємо систему з трьох рівнянь для трьох невідомих. Для рангових блоків з розміром  $n = 4$  система рівнянь така:

$$\begin{cases} 120a + 100b + 40c = \sum_{y=1}^4 \sum_{x=1}^4 z_{xy} x \\ 100a + 120b + 40c = \sum_{y=1}^4 \sum_{x=1}^4 z_{xy} y \\ 40a + 40b + 16c = \sum_{y=1}^4 \sum_{x=1}^4 z_{xy} \end{cases} \quad (4)$$

Розв'язавши систему рівнянь (4) можна для кожного рангового і доменного блоків визначити коефіцієнти апроксимації  $a, b, c$ .

Отже, процес фрактального кодування буде мати такі додаткові кроки [1-2]:

1. Кожен доменний і ранговий блок подаємо у вигляді коефіцієнтів апроксимації. Для  $n = 4$  коефіцієнти апроксимації з (4) обчислюються так:

$$b = \frac{-3 \sum_{x=1}^4 \sum_{y=1}^4 z_{xy} + 1,2 \sum_{x=1}^4 \sum_{y=1}^4 z_{xy} y}{24}, \quad (5)$$

$$c = \frac{3 \sum_{x=1}^4 \sum_{y=1}^4 z_{xy} - \sum_{x=1}^4 \sum_{y=1}^4 z_{xy} x - 20b}{8}, \quad (6) \quad a = \frac{3 \sum_{x=1}^4 \sum_{y=1}^4 z_{xy} - \sum_{x=1}^4 \sum_{y=1}^4 z_{xy} y - 8c}{20}. \quad (7)$$

2. Для кожного рангового блоку виконується попередній відбір доменних блоків за трьома коефіцієнтами апроксимації, наприклад, за квадратичним відхиленням:

$$S_{rd1} = (a_r - a_d)^2 + (b_r - b_d)^2 + (c_r - c_d)^2, \quad (8)$$

$$S_{rd2} = (a_r - b_d)^2 + (b_r - a_d)^2 + (c_r - c_d)^2,$$

де  $a_r, b_r, c_r$  – коефіцієнти апроксимації для рангового блоку;  $a_d, b_d, c_d$  – коефіцієнти апроксимації для доменного блоку.

З відібраними блоками виконуються перетворення, характерні для фрактального ущільнення методом Жакена. Оскільки вибраних блоків значно менше загальної кількості доменних блоків, то слід очікувати значного виграшу в швидкодії.

Моделювання, яке виконано мовою програмування Python, показало, що запропонований метод підвищення швидкості фрактального ущільнення зображень дозволяє досягти прискорення у 5 – 10 разів, порівняно з методом за схемою Арно Жакена (повний перебір). Чим більші розміри зображення тим кращі результати забезпечує запропонований метод.

## Список використаних джерел

1. Майданюк В. П. Аспекти оптимізації швидкості фрактального ущільнення зображень / В. П. Майданюк, О. О. Лішчук, Д. С. Король // Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології. Міжнародний науково-технічний журнал, № 1 (33), 2017. – С. 24–32.
2. Maydaniuk V. P. Increasing the Speed of Fractal Image Compression Using Two-Dimensional Approximating Transformations / V. P. Maydaniuk, I. R. Arseniuk, O. O. Lishchuk // Journal of Engineering Sciences. – Sumy : Sumy State University, 2019. – Volume 6, Issue 1. – P. E16-E20.

