УДК 004.942

Яремчук С. І., канд. фіз.-мат. наук., професор, професор кафедри,
Шупіков О. А., аспірант,
Корнєєв А. А., студент
Державний університет «Житомирська політехніка»

ДРУГИЙ АЛГОРИТМ ГОМОРІ В РОЗВ'ЯЗАННІ МІНІМАКСНОЇ ЗАДАЧІ РОЗМІЩЕННЯ ДЖЕРЕЛ

Задачі пошуку оптимального розміщення джерел виникають в ба-гатьох сферах діяльності людини: в промисловості (оптимізація розміщення джерел забруднення, звуку), в будівництві (пошук найбільш не-сприятливого розміщення навантажень при розрахунку будівельних споруд відповідно вимогам ДБН В. 1.2-2:2006 [1]), при проєктуванні радіоелектронної апаратури (забезпечення оптимального температурного режиму мікросхем), тощо.

В даній роботі розглядається задача такого розміщення в області Ω джерел фізичного поля $D_i, i \in [1:n]$ на фіксовані посадкові місця, при якому максимальне із значень результуючого поля в заданих точках $y^j, [j \in 1:n]$, поля буде найменшим.

Була запропонована наступна математична модель цієї задачі [2].

Керовані змінні:

$$x_{ij} = \begin{cases} 0, \text{якщо } i - \text{те джерело не призначене на } j - \text{те місце} \\ 1, \text{якщо } i - \text{те джерело призначене на } j - \text{те місце} \end{cases} \quad (1).$$

Обмеження:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, i \in [1:n], \\ \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, j \in [1:n]. \end{cases} \quad (2)$$

Функція цілі:

$$f(x) = \max_{k \in [1:K]} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij}^k x_{ij} \to min, \quad (3)$$

де C_{ij}^k – вклад i-го джерела що знаходиться на j-му посадковому міс-ці в значеннях результуючого фізичного поля в точці y^k.

Матриця вкладів:

$$C^k = \begin{pmatrix} c_{11}^k & \cdots & c_{1n}^k \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1}^k & \cdots & c_{nn}^k \end{pmatrix}, k \in [1:K],$$

знаходиться шляхом розв'язання відповідних крайових задач матема-тичної фізики, які мають наступний вигляд:

$$p(y)\Delta u = -\varphi(y, Z),$$

$$\left(p(y)\frac{\partial u}{\partial n} + hu\right)|_{\partial x} = hu^0,$$

де

$$\varphi(y, Z^i) = \begin{cases} A_i(y - Z^i), y \in D_i, i \in [1:n] \\ 0, y \neq D_i. \end{cases}.$$

Так як наведена задачі математичної фізики є лінійною, то (1)-(3) є математичною моделлю сформульованої задачі оптимізації.

Якщо в цій моделі ввести функції

$$f_k(x) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij}^k x_{ij}, k \in [1:K],$$

що задовольняють умові

$$f_k(x) \leq l \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij}^k x_{ij}, k \in [1:K],$$

то математична модель

$$F(x, l) = l \to min \quad (4)$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij}^k x_{ij} \leq l, k \in [1:K) \\ \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, i \in [1:n] \\ \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, j \in [1:n] \end{cases} \quad (5)$$

$$x_{ij} \geq 0, i \in [1:n], j \in [1:n] \quad (6)$$

$$x_{ij} - \text{ціле}, i \in [1:n], j \in [1:n] \quad (7)$$

еквівалентна попередній ((1)-(3)).

Отримана задача оптимізації є лінійною і частково цілочисельною. Таким чином маємо задачу дискретного програмування, до розв'язання якої можна застосувати метод Ленд і Дойг (метод гілок та меж) а також Другий алгоритм Гоморі (метод відсічень).

Метод гілок та меж зазвичай витрачає значно більше часу та об'єму пам'яті в процесі розв'язання задачі, тому більш перспективним є метод відсічень.

Література

[1] ДБН В.1.2-2:2006 Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об'єктів. Навантаження і впливи. Норми проектування. – К.: Мінбуд України. – 78с.

[2] Yaremchuk S.I., Burda P.V., Matuschenko S.S. Algorithm to solve a discrete minimax problem of the arrangement of physical field sources // Cybernetics and Systems Analysis. – 2009. 45(5). – P. 808-817.