

ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ РУХЛИВИХ ОБ'ЄКТІВ НА ОСНОВІ КВАТЕРНІОНІВ

Задачі моделювання динаміки рухливих об'єктів вирішуються з використанням математичних моделей – систем рівнянь руху. При цьому переміщення будь-якого рухливого об'єкта можна подати як сукупність поступального та обертового руху, а його швидкість – комбінацією поступальної та обертової швидкостей. Досить часто у наукових працях опис обертового руху виконують за допомогою алгебри кватерніонів. Поступальний рух частіше всього моделюють системами диференціальних рівнянь з урахуванням діючих на об'єкт сил та прискорень. При необхідності моделювати узгоджений рух багатьох об'єктів, моделі перетворюються у складні і громіздкі системи диференціальних рівнянь, що не завжди можна розв'язати. Тому було запропоновано визначати положення рухливого об'єкта за допомогою кватерніонних рівнянь, які являють собою систему чотирьох лінійних рівнянь, що не вироджуються та мають один гарантований розв'язок. Подання обертового і поступального руху об'єкта у вигляді ортогональних перетворень базисів координат дозволяє виконувати моделювання у вигляді добутку кватерніонів, що значно зменшує обчислювальні витрати. Тому тема роботи, що направлена на розробку програмного забезпечення моделювання динаміки рухливих об'єктів на основі кватерніонів є актуальною.

Об'єктом досліджень є системи розробки програмних моделей рухливих об'єктів. Предметом досліджень є процес розробки програмного забезпечення моделювання обертового і поступального руху об'єкта на основі алгебри кватерніонів.

При моделюванні обертового руху застосовується кватерніонне представлення поворотів положення об'єкта у системі $A(\vec{i}_1, \vec{i}_2, \vec{i}_3)$, яке можна подати як:

$$\vec{R} = \vec{R}_0 + E \circ \vec{r}^0 \circ \vec{E} \quad (1)$$

де $\vec{r}^0 = \sum_{k=1}^3 r_k \vec{i}_k$ визначає початкове положення об'єкта в початковому базисі $O(\vec{i}_1, \vec{i}_2, \vec{i}_3)$.

Якщо об'єкт обертається навколо нерухомої осі $\vec{\xi}$ на кут α , то кватерніон повороту, швидкість і вектор кутової швидкості можна описати як:

$$\begin{aligned} E &= \cos \frac{\alpha}{2} + \vec{\xi} \sin \frac{\alpha}{2}, \\ \dot{E} &= \frac{1}{2} \left(-\sin \frac{\alpha}{2} + \vec{\xi} \sin \frac{\alpha}{2} \right) \dot{\alpha}, \quad \left(\dot{\vec{\xi}} = 0 \right), \\ \vec{\omega} &= 2\dot{E} \circ \vec{E} = \vec{\xi} \dot{\alpha}. \end{aligned} \quad (2)$$

При моделюванні обертового руху необхідну траєкторію по якій рухається об'єкт розділимо на сегменти, що відповідають проміжкам часу Δt . Проведемо інтерполяцію траєкторії кватерніонами, що називається сферичною лінійною інтерполяцією SLERP (spherical linear interpolation). В результаті SLERP отримується кватерніон одиничної довжини. Тому результуюча траєкторія може бути описана добутком кватерніонів

$$E = E_0 \circ E_1 \circ \dots \circ E_j \circ \dots \circ E_N, \quad (3)$$

$$j = 1, 2, \dots, N.$$

Інтерполяція SLERP досить не проста, і вимагає багато тригонометричних операцій. Однак інші форми подання не менш складні, а подання обер-тань неприйнятні для лінійної інтерполяції взагалі. При моделюванні слід також звернути увагу що кватерніонне множення не комутативне: у разі зміні порядку співмножників результат кватерніонного множення буде різний.

На превеликий жаль математичні бібліотеки функцій кватерніонної алгебри на цей час відсутні у багатьох мовах програмування, що і утруднює розробку програмних моделей. Тому розробку програмного забезпечення було проведено з використанням trial-версії MATLAB R2019b, Quaternion toolbox v2 та Free Aerospace Toolbox Trial.

Інструментарій Quaternion toolbox v2 надає функції для: кодування кватерніонів; виконання операцій над кватерніонами; витягання параметрів з кватерніонів; знаходження найкоротших обертань між двома унітарними векторами.

Застосування готових об'єктів класу Aero.Animation object дозволило прискорити процес розробки та досліджень. При цьому переміщення рухливого об'єкта по екрану здійснювалося не простим покадровим «перерисовуванням», а як результат кватерніонного множення кутового чи просторового положення об'єкта. Таке програмне рішення дозволяє моделювання обертового і поступального руху проводити як окремо так і разом.

Таким чином, розроблене програмне забезпечення дозволяє проводити моделювання руху об'єктів на основі алгебри кватерніонів.