Чепюк Л. О., канд. техн. наук, доц. каф. М та ІВТ
Державний університет «Житомирська політехніка»

ПОХИБКИ ВИЗНАЧЕННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ОЗНАК В ЦИФРОВИХ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ ПРИСТРОЯХ

При обчисленні значень функцій $R=\sqrt{x^2+y^2}$ і $\varphi = arctg\left(\frac{y}{x}\right)$ методом «цифра за цифрою» має місце трансформована, методична та інструментальна похибки результату обчислень. Трансформована похиб-ка виникає внаслідок похибок, що містяться в початкових даних, в даному випадку – внаслідок похибок вимірювань координат контурних точок об'єктів на відео зображенні та внаслідок обмеженості числа розрядів в представлені початкових даних x та y. Методична похибка є нас-лідком застосування ітераційного алгоритму обчислень. Інструмен-тальна похибка виникає через обмежену розрядність представлення чисел з фіксованою комою в обчислювальному пристрої в процесі обчислень.

Процедура визначення аналітичних оцінок перерахованих складових частин похибки результатів обчислень функцій R і φ є досить трудомісткою. Тому нижче наводиться аналітичні вирази для оцінки цих складових частин похибки, отримані в результаті проведених досліджень. При цьому для обчислення функцій R і φ виконувалися за алгоритмом Волдера (найбільш розповсюджений різновид методу «цифра за цифрою»).

Для функції R середньоквадратичне значення похибки обчислень дорівнює:

– методична складова частина похибки:

$$\sigma_{RM} = \frac{R\cdot 2^{-2(m+1)}}{3\sqrt{5}} \qquad (1)$$

– трансформована складова частина похибки:

$$\sigma_{RT} = \frac{2^{-k-1}}{\sqrt{3}} \qquad (2)$$

– інструментальна складова частина похибки:

$$\sigma_{RI} = \frac{2^{-(n+1)}\sqrt{3m-4}}{3} \qquad (3)$$

В формулах (1) – (3) введені такі позначення: m – кількість ітерацій при проведенні обчислень;
k – розрядність початкових даних x і y;
n – розрядність цифрового обчислювального пристрою.

Для функції φ середньоквадратичне значення складових похибки обчислень дорівнює:

методична	трансформована	інструментальна
$\sigma_{\varphi M} = \frac{2^{-m+1}}{\sqrt{3}}$	$\sigma_{\varphi T} = \frac{2^{-k-1}}{\sqrt{3(x^2+y^2)}}$	$\sigma_{\varphi I} = \frac{2^{-n}}{2\sqrt{3}}\sqrt{\frac{m-1}{x^2+y^2}+m}$

Всі формули отримано за умови, що дані в обчислювальному прист-рої представлені в двійковій системі числення з фіксованою комою, використовується доповняльний код, фіксована кома розташована ліворуч перед старшим розрядом даних. При зсуві даних праворуч розряди, що вийшли за межі розрядної сітки, відкидаються. Вказані умови характер-ні для швидкодіючих спеціалізованих обчислювальних пристроїв.

Також були отримані оцінки максимального значення δ трансформованої похибки обчислень функцій R і φ в залежності від числа p значущих двійкових розрядів початкових даних x і y (рис. 1).

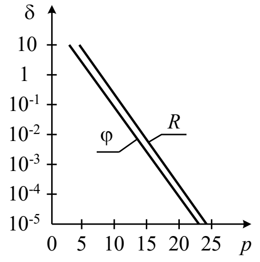

Рис. 1. Максимальне значення δ трансформованої похибки обчислень функцій (у відсотках для R та в градусах для φ) в залежності від числа p значущих двійкових розрядів початкових даних x і y

При цьому максимізація проводилася по всьому можливому діапазону значень y. Похибки обчислень φ наведені в градусах, а R – у відсот-ках.