

## ПРОСТИЙ СПОСІБ ВИЗНАЧЕННЯ ГЕОДЕЗИЧНОЇ ШИРОТИ ТА ВИСОТИ ТОЧОК ФІЗИЧНОЇ ПОВЕРХНІ ЗЕМЛІ

Задача обчислення геодезичних координат  $B$ ,  $L$  і висоти  $H$  точки над (під) еліпсоїдом за просторовими прямокутними координатами на сьогоднішній день є актуальною, про що свідчать багато публікацій присвяченій цій тематиці [1, 2]. Як відомо, просторові прямокутні декартові координати  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  і геодезичні просторові координати  $B$ ,  $L$ ,  $H$  пов'язані залежністю:

$$\begin{aligned} X &= (N + H) \cos B \cos L; \\ Y &= (N + H) \cos B \sin L; \\ Z &= [N(1 - e^2) + H] \sin B. \end{aligned} \quad (1)$$

За відліковий еліпсоїд приймають еліпсоїд обертання, центр якого суміщають з початком системи прямокутних координат і не враховують, що геодезичні висоти поверхні Землі над відліковим еліпсоїдом не перевищують 10 км, тобто є значно меншими від радіуса кривини першого вертикалу  $N$  і радіуса-вектору точок на поверхні Землі  $\rho$ . Розв'язок задачі обчислення широти над еліпсоїдом через її просторові прямокутні координати може бути точним і наближеним. Наближені в свою чергу ділять на неітеративні і ітеративні [2]. З практичного точки зору перевагу надають наближеним обчисленням.

В роботі [1] запропоновано простий спосіб обчислення геодезичної широти і висоти точок поверхні Землі, а також похибок обчислення їх величин. Для геодезичної широти  $B$  в результаті математичних перетворень системи (1) отримуємо таке рівняння:

$$\operatorname{tg} B = \frac{Z - He^2 \sin B}{(1 - e^2)D}. \quad (2)$$

В (2) невідомими є широта  $B$  (для до «повітряного» еліпсоїду), висота  $H$  і його можна розв'язати способом наближень. У початковому наближенні покладають висоту  $H_0$ , яка дорівнює нулю, тоді:

$$\operatorname{tg} B_0 = \frac{Z}{(1 - e^2)D}. \quad (3)$$

З (3) знаходимо широту, та обчислюємо геодезичну висоту:

$$H = D \cos B_0 + Z \sin B_0 - a \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B_0}. \quad (4)$$

Отримані значення можна підставити в рівняння (2) та отримати геодезичну широту.

Сьогодні широко використовуються формули Боурінга:

$$\operatorname{tg} B = \frac{Z + be'^2 \sin^3 U_0}{D - ae^2 \cos^3 U_0}, \quad (5)$$

та "повітряного еліпсоїда":

$$\operatorname{tg} B = \frac{Z}{\left(1 - \frac{N_0}{N_0 + H} e^2\right) D}; \quad (6)$$

На рис. 1 та рис. 2 наведено порівняльні таблиці обчислення геодезичної широти та довготи за виведеними формулами та відомими формулами Боурінга (5) та "повітряного еліпсоїда" (6) для еліпсоїда WGS-84 та координат довільної точки ( $X=3902280,904$  м,  $Y=1143450,070$  м,  $Z=4898346,699$  м,  $B=50,5$   $H=793,992$  м):

H, м	Простий спосіб		"Повітряний еліпсоїд"			Формула Боурінга	
	B, (рад)		Похибка B, (") e^2	B, (рад)	Похибка B, (")	B, (рад)	Похибка B, (")
0	0,881239146	0	0,00673950	0,881239146	0	0,881238735	0
800	0,881238732	0,085679574	0,00673865	0,881238732	0,085679574	0,881238449	0,085679582
10000	0,881233971	1,07099665	0,00672895	0,881233978	1,070996647	0,881235674	1,070995943
100000	0,881187388	10,71016009	0,00663546	0,881188185	10,71015677	0,881208545	10,71007218
700000	0,880876700	74,98014166	0,00607299	0,880912675	74,97909859	0,881045279	74,97525043
3700000	0,879319746	396,560254	0,00426522	0,880027421	396,453168	0,880520111	396,3781447
12756272	0,874583915	1369,597579	0,00224650	0,879039271	1367,342989	0,879932872	1366,877713

Рис. 1. Результати обчислень геодезичної широти

Знаходження геодезичної висоти						
WGS-84	a, м	6378137	e^2	0,00669438	B	50,47726089
H, м	Вхідні дані		Широта на повітряному еліпсоїді в радіанах			
	D, м	Z, м	Φ <sub>0</sub> (рад)	U <sub>0</sub> (рад)	B <sub>0</sub> (рад)	H, м
1	2	3	4	5	6	7
0	4067055,072	4896743,24	0,877695071	0,87934525	0,8809944	0,000000
800	4067564,180	4897360,34	0,877695486	0,87934567	0,880994814	799,999999
10000	4073418,916	4904456,96	0,877700246	0,87935042	0,880995569	9999,999915
100000	4130693,513	4973880,45	0,877746101	0,87939625	0,881045366	99999,991592
700000	4512524,157	5436703,69	0,878021947	0,87967193	0,881320865	699999,623055
3700000	6421677,377	7750819,94	0,878907884	0,88055731	0,882205682	3699992,610052
12756272	12184947,659	14736575,3	0,879896083	0,88154488	0,88319262	12756225,780790

Рис. 2. Результати обчислення геодезичної висоти

**Висновки.**

1. Простий спосіб для обчислення геодезичної широти і висоти можна використовувати до висоти 10 км, для якої похибка широти складає 1,07".

2. Геодезичну висоту точок фізичної поверхні Землі рекомендується обчислювати за формулою (4), похибка обчислення висоти для  $H=800$ м менша 1мм, а для висоти 10км дорівнює 0,09 мм.

3. Для висот менше 500м різниця широти  $B_0$  і геодезичної широти не перевищує 0,05", а помилка висоти дорівнює нулю.

Список використаних джерел

1. Огородова Л.В. Совместное вычисление геодезической широты и высоты точек поверхности Земли // Геодезия и картография.– 2011. – №9. – С. 11 – 15.
2. Огородова Л. В. Высшая геодезия. М.: Геозкартиздат. 2006.– 384 с.