Плечистий Д. Д., канд. техн. наук, доцент,
Морозов А. В., канд. техн. наук, доцент,
Локтікова Т. М., ст. викладач
Державний університет «Житомирська політехніка»

МЕТОД ЛОКАЛЬНИХ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ У ЗАДАЧІ ПОШУКУ МАРШРУТУ КОМІВОЯЖЕРА

Запропоновано метод побудови локальних послідовностей для розв'язання задачі Комівояжера (ЗК) та її обмежених версій.

Сформульовано ЗК.

Нехай $\left[d_{ij}\right]_n$ – квадратна матриця порядку n, в якій

$$d_{ij} = \begin{cases} d_{ij}, \ \textit{якщо} \ i \neq j, \\ \infty \ \ \textit{інакше}, \end{cases}$$

$d_{ij} \in Z_0^+$, Z_0^+ – множина цілих невід'ємних чисел.

По матриці $\left[d_{ij}\right]_n$ побудуємо повний орієнтований мультиграф G з n вершинами, в якому кожна пара вершин $\{i, j\}$, $i \neq j$, з'єднана парою дуг (i, j) і (j,i) з вагами або вартостями d_{ij} і d_{ji}.

У повному орієнтованому мультиграфі G потрібно знайти контур з найменшою сумою ваг дуг, що входять до нього, такий що проходить через кожну вершину точно один раз.

Послідовність $\tau = \left(\tau[1], \tau[2], ..., \tau[n], \tau[1]\right)$, що відповідає циклічній перестановці $\left(\tau[1], \tau[2], ..., \tau[n]\right)$, називається обходом.

Допустимим розв'язком ЗК, очевидно, є обхід $\tau = \left(\tau[1], \tau[2], ..., \tau[n], \tau[1]\right)$, що визначає в мультиграфі замкнений маршрут $\left(\tau[1], \tau[2], ..., \tau[n], \tau[1]\right)$, в якому всі номери $\tau[1], \tau[2], ..., \tau[n]$ із множини $\{1, 2, ..., n\}$ є різними. Вартість обходу τ в G буде:

$$D(\tau) = d_{\tau[1]\tau[2]} + d_{\tau[2]\tau[3]} + ... + d_{\tau[n-1]\tau[n]} + d_{\tau[n]\tau[1]} = \sum_{i=1}^{n} d_{\tau[i]} \, .$$

Потрібно знайти в матриці $\left[d_{ij}\right]_n$ циклічну перестановку номерів стовпців $\left(\tau^*[1], \tau^*[2], ..., \tau^*[n]\right)$ з мінімальною сумарною вагою відповідного їй обходу τ^*

$$D\left(\tau^*\right) = \min_{\tau} \sum_{i=1}^{n} d_{\tau[i]} \, .$$

Викладаються міркування, які є основою для розробки алгоритмів розв'язання ЗК методом побудови локальних оптимальних послідовностей. Отримано простий спосіб побудови підмножини циклічних перестановок довжини n для матриці $\left[d_{ij}\right]_n$, який полягає у виконанні таких дій. Із $\left[d_{ij}\right]_n$ формуються $n-2$ підматриць $\left[d_{ij}\right]_r$ на головній діагоналі матриці $\left[d_{ij}\right]_n$. У кожній підматриці $\left[d_{ij}\right]_r$ номери рядків та стовпців задаються однією послідовністю $(1, 2, ..., r)$, $r = \overline{2, n-1}$. Далі для кожної циклічної перестановки довжини r, отриманої з матриці $\left[d_{ij}\right]_r$, утворюються r циклічних перестановок довжини $r+1$ за допомогою дій по видаленню та доданню елементів матриці $\left[d_{ij}\right]_{r+1}$.

Такий спосіб формування множини допустимих розв'язків в підматрицях $\left[d_{ij}\right]_r$ заданої матриці вартостей $\left[d_{ij}\right]_n$, $r = \overline{2, n-1}$, добре вбудовується в схему утворення локальних послідовностей, за допомогою якої виявилось можливим ефективно розв'язати декілька узагальнень задачі про призначення. Показано, як застосувати схему для побудови за поліноміальний час обходу τ^o, що є прийнятним за точністю, для реальних вхідних даних. Представлено алгоритм побудови обходу τ^o. Запропонований алгоритм характеризується малою трудомісткістю побудови допустимого розв'язку τ^o. Оцінено час його роботи. Побудова обходу τ^o закінчується після виконання

$$\sum_{k=2}^{n-1} (5k-1) = 5 \sum_{k=1}^{n-2} k = 5(n-1)(n-2)/2$$

елементарних операцій типу вставки, додавання, віднімання та порівняння. Відповідно, часова складність запропонованого алгоритму оцінюється величиною $O\left(n^2\right)$.

На практиці алгоритм працює швидше, ніж евристика «іди в найближчий».