Подчашинський Ю. О., д-р. техн. наук, проф.,
завідувач кафедри МтаІВТ,
Чепюк Л. О., канд. техн. наук, доцент кафедри МтаІВТ,
Тарарака В. Д., доц. каф. МтаІВТ
Державний університет «Житомирська політехніка»

ЗАСТОСУВАННЯ ІТЕРАЦІЙНИХ МЕТОДІВ У ОБЧИСЛЮВАЛЬНО-КЕРУЮЧИХ КОМПЛЕКСАХ

Обчислювально-управляючі комплекси застосовуються в різних системах обробки інформації, таких як системи повітряної, морської і космічної навігації, у геодезичних розрахунках, у роботах-маніпуляторах, станках з ЧПУ.

Перетворення координат – основна задача, що вирішується в вищезазначених комплексах, зокрема в навігаційних та геодезичних розрахунках. Необхідно багатократно проводити перетворення прямокутних координат вектора в полярні та навпаки.

Особливість даної задачі полягає в тому, що однією з основних процедур є обчислення тригонометричних функцій двох аргументів, що використовуються при перетворенні прямокутних координат в полярні та навпаки. Для роботи в реальному часі підвищити швидкодію можна за рахунок побудови спеціалізованого процесора перетворення координат. Спосіб реалізації процесора залежить від вимог по припустимим витратам обладнання, точності та часу обробки.

Вибір методу обчислення функцій є досить складною задачею, тому що необхідно обрати компромісний варіант між часом обчислення, апаратурними витратами та точністю. Одні методи дають можливість отримати високу точність результатів за рахунок незначного зростання часу при помірному збільшенню апаратурних витрат. Інші методи дозволяють будувати пристрої з більшою швидкодією, але із зростанням точності обчислень апаратурні затрати для таких методів різко зростають, що є обмежуючим фактором при проектування високоточних пристроїв.

Основною задачею є обчислення у реальному масштабі часу лінійних розмірів та кутової орієнтації об’єктів за виразами:

$$R = \sqrt{x^2 + y^2}\ , \quad \varphi = arctg\left(\frac{y}{x}\right), \tag{1}$$

де $x=x_2-x_1$, $y=y_2-y_1$, $(x_1;y_1)$ та $(x_2;y_2)$ – координати точок об’єктів.

Розглянемо обчислення функцій (1), ітераційним методом «цифра за цифрою».

Вказані функції находяться за допомогою наступного ітераційного процесу:

$$\begin{aligned} &y_{i+1} = y_i - \xi_i x_i 2^{-i}, \\ &x_{i+1} = x_i + \xi_i y_i 2^{-i}, \\ &\varphi_{i+1} = \varphi_i + \xi_i arctg 2^{-i}, \\ &\xi_i = \begin{cases} 1, & якщо\ \ y_i \ge 0, \\ -1, & якщо\ \ y_i < 0; \end{cases} \\ &i = 0,1,2,\dots,m-1;\ \ x_0 = x;\ \ y_0 = y;\ \ \varphi_0 = 0, \end{aligned} \tag{2}$$

де m – число ітерацій.

У результаті обчислень отримаємо:

$$\varphi_m = arctg(y/x),\ \ x_m = K\sqrt{x^2 + y^2}\ , \tag{3}$$

де $K = \prod_{i=0}^{m-1} \sqrt{1 + 2^{2i}}$ – фіксована величина, що залежить тільки від числа ітерацій (коефіцієнт деформації вектора).

Геометрично i-ий крок ітераційного процесу можна інтерпретувати як поворот вектора (x_{i-1}, y_{i-1}) на кут $arctg2^{-(i-1)}$ у напрямку до осі $0X$ і збільшення вектора в $\sqrt{1 + 2^{-2i(i-1)}}$ разів.

Після m кроків модуль кута між віссю $0X$ і кінцевим напрямком вектора не буде перевищувати $arctg2^{-(m-1)}$, таким чином при великому m вектор практично співпаде з віссю $0X$. Якщо відомі напрямки поворотів вектора для всіх кроків, можна обчислити кут між віссю $0X$ і початковим положенням вектора. Значення абсциси кінцевого положення вектора з визначеним ступенем точності дорівнює модулю початкового вектора (x, y), помноженому на коефіцієнт деформації K.

Алгоритм (2) виконується за допомогою зсувів вправо (множення на 2^{-i}) і алгебраїчного додавання. Суттєвий виграш в швидкодії можна отримати за рахунок заміни алгебраїчного додавання констант типу $arctg2^{-i}$ при обчисленні кута вибіркою із ПЗП результуючого кута, що відповідає набору $\xi_0, \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{m-1}$.

Така реалізація, крім того, зменшує похибку визначення кута, оскільки похибка суми обмежених констант більше похибки однієї константи.