***Гавриш О. С., к.ф.-м.н., доцент***
***Кравченко Б. Ю., магістр***
***Баранов А. Д., студент***
***Балакін О. М., студент***
*Черкаський державний технологічний університет*

# ТОЧНІСНІ ВЛАСТИВОСТІ НЕЛІНІЙНИХ АЛГОРИТМІВ ВИМІРЮВАННЯ ДОПЛЕРІВСЬКОГО ЗСУВУ ЧАСТОТИ ГАРМОНІЧНОГО СИГНАЛУ ПРИ ЕКСЦЕСНІЙ ЗАВАДІ

Вимірювання радіальної швидкості руху об'єкту зводиться до вимірювання доплерівського зсуву частоти сигналу, що приймається [1]. В однопозиційних РЛС передавач і приймач розташовані в одному місці, причому як опорне коливання, відносно частоти якого вимірюється зсув частоти сигналу, що приймається, використовується сам випромінюваний сигнал. Частота $f$ сигналу, що приймається, зміщена щодо частоти $f_0$ випромінюваного на величину, рівну частоті Доплера

$$F = -2 f_o V_R / C \,. \tag{1}$$

де $V_R = R'(t)$ – радіальна швидкість цілі; $R(t)$ — відстань між передавачем і цілю у момент часу $t$ .

При розповсюдженні сигналу в природних умовах, на нього негативно впливають завади. Отже, при вимірюванні доплерівського зсуву частоти сигналу обов’язково необхідно враховувати статистичний характер завади. Традиційно в постановці такої задачі припускається, що адитивна (така, що додається до корисного сигналу) завада має гауссівський закон розподілу, однак практичні дослідження вказують на необхідність врахування негауссівського характеру завади.

У даній роботі розглядається випадок, коли параметри негауссівської завади не змінюються з плином часу і є апрірно відомими. При цьому модель завади, яка отримала назву «ексцесна випадкова величина» [2] характеризується лише двома параметрами:

1) дисперсією $\chi_2$, що характеризує потужність завади;

2) коефіцієнтом ексцесу $\gamma_4$, який вказує на негауссівість завади і характеризує плоско- або гостровершинність кривої розподілу.

В якості корисного сигналу розглядається гармонічний сигнал, відбитий від рухомого об’єкту, доплерівський зсув частоти якого є невідомим параметром, який підлягає оцінці.

Використовуючи методом максимізації поліному [2], в роботі синтезовано алгоритми визначення доплерівського зсуву частоти гармонічного сигналу, що приймається на фоні ексцесної завади, оптимальні при ступенях поліному $s = \overline{1,6}$ Отримані поліноміальні алгоритми вимірювання доплерівського зсуву частоти гармонічного сигналу при відомих параметрах ексцесної завади характеризуються підвищиними точнісними властивостями. Отримано аналітичні вирази для асимтотичних дисперсій оцінок доплерівського зсуву частоти гармонічного сигналу і досліджено їх поведінку з ростом ступеня поліному.

Легко показати, що дисперсія оцінки $\hat{F}$ при ступенях поліному $s = 1, 2$ має вигляд

$$\sigma^2_{(\hat{F})0,1,2} = \frac{1}{q\sum_{v=1}^{n} D_v^2}, \quad \text{де} \quad D_v = -2\pi\delta v \sin(2\pi[f_0 + F] + \phi), \tag{2}$$

де $q = \dfrac{A^2}{\chi_2}$ відношення сигнал/завада.

Таким чином, використання стохастичного поліному 1 і 2-го ступенів для оцінки доплерівського зсуву частоти гармонічного сигналу при ексцесній заваді є недоцільним, оскільки не приводить до виграшу у точності опрацювання статистичних даних порівняно з лінійним алгоритмом.

При ступенях поліному $s = 3, 4$ дисперсії оцінок $\hat{F}$ співпадають

$$\sigma^2_{(F)3,4} = \sigma^2_{(F)0,1,2}\left[\frac{(6 + 9\gamma_4 - \gamma_4^2)}{3(2 + 3\gamma_4)}\right]. \tag{3}$$

Для коректного аналізу поведінки функції (3) необхідно враховувати, що коефіцієнт ексцесу $\gamma_4$ не може приймати довільних значень [2], а може приймати значення з інтервалу (-0,623; 9,623) при використанні поліному при ступені s=3. Для від’ємних значень коефіцієнту ексцесу, що належать інтервалу допустимих значень, ефективність оцінки невисока, тобто значення множника в квадратних дужках близьке до 1. Якщо ж $\gamma_4 = 0$ , що відповідає гауссівському розподілу завади, то коефіцієнт ефективності дорівнює одиниці, і ніякого покращення точністних властивостей оцінки не відбувається. У випадку ж, коли коефіцієнт ексцесу завади $\gamma_4$ прагне до правої межі інтервалу допустимих значень, а саме $\gamma_4 \to 9,623$ , коефіцієнт ефективності оцінки доплерівського зсуву частоти сигналу прагне до нуля, що свідчить про значне покращення точності оцінювання.

При s=4 поведінка функції (3) відрізняється від випадку, коли s=3, тим, що зміна функції відбувається в більш вузькому інтервалі аргументу $\gamma_4$ і як наслідок функція (3) не прагне до нуля для від’ємних значень $\gamma_4$ . Таким чином, використання поліному четвертого ступеня для оцінки параметру $F$ при відомих параметрах ексцесної завади не представляється доцільним, оскільки точністні характеристики алгоритму порівняно з s=3 не змінюються на краще, а інтервал допустимих значень коефіцієнта ексцесу дещо звужується, а саме $\gamma_4 \in [-0,327; 9,623]$.

Дисперсія оцінки $\hat{F}$ при ступенях поліному $s = 5,6$ описується виразом

$$\sigma^2_{(F)5,6} = \sigma^2_{(F)0,1,2}\left[\frac{175\gamma_4^4 - 345\gamma_4^3 - 678\gamma_4^2 - 468\gamma_4 - 72}{3(30\gamma_4^4 - 135\gamma_4^3 - 230\gamma_4^2 - 156\gamma_4 - 24)}\right]. \qquad (4)$$

Як і раніше, не слід забувати про звуження області допустимих значень коефіцієнту ексцесу. Відповідно і судити про ефективність оцінок при $s = 5,6$ треба лише з врахуванням нового інтервалу допустимих значень. Згідно з [2, с.123] інтервал допустимих значень при s=5 становить $\gamma_4 \in [-0,21; 3,368]$, а при s=6 дещо звужується $\gamma_4 \in [-0,151; 3,368]$. Функція (4) має достатньо складний характер, тому для опису її поведінки доцільно будувати графік.

Показано, що для будь-яких ненульових значень коефіцієнту ексцесу дисперсія оцінки параметра $F$, знайдена методом максимізації поліному при $s = 5,6$, буде меншою порівняно з дисперсією оцінки, отриманою при меншому степені поліному. У випадку, якщо значення коефіцієнту ексцесу значно відрізняється від нуля, ефективність опрацювання при ступені поліному s=5 може бути значно вищою порівняно з алгоритмом, синтезованим при s=3.

Вираз (4) підверджує тенденцію покращення точнісних властивостей алгоритмів при збільшенні ступеня поліному на 2, отже на практиці доцільно використовувати алгоритми лише при при s=3 і s=5.