

ПОЛІНОМІАЛЬНЕ ОЦІНЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ ДЛЯ МОДЕЛЕЙ ДАНИХ З ВІД'ЄМНИМ КОЕФІЦІЄНТОМ ЕКСЦЕСУ

Вступ. Однією з основних задач, що вирішуються при розробці інформаційних систем обробки експериментальних даних є виявлення законів поведінки процесів, які будуть діяти на вході. Таких підхід дає змогу сформулювати вимоги до систем, що розробляються і закласти в них заздалегідь робастні алгоритми. Якщо ж системи не є строго детермінованими, то при їх побудові вже застосовують методи статистичного опрацювання. Вони досить часто спираються на теоретичний базис, що оперує поняттям щільності розподілу. Проте зазвичай ця характеристика не є відомою заздалегідь. Тоді, в залежності від поставленого завдання, спираються на припущення про вид щільності розподілу чи вирішують задачу апроксимації [1, 2].

Метою роботи є проведення порівняльного аналізу ефективності поліноміальних оцінок параметрів для моделей даних з від'ємним коефіцієнтом ексцесу в порівнянні з класичними оцінками за використання статистик вищих порядків.

Постановка задачі. Нехай θ – параметр, що підлягає оцінюванню за експериментальними вибірковими значеннями $\vec{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$. Цей вектор розмірності n містить набір незалежних і однаково розподілених вибіркових значень. Припускається, що математична модель адекватно описується одним з так званих ввігнутих розподілів, які мають коефіцієнт ексцесу $\gamma_4 < 0$.

Основна частина. З [3] відомо, що знаходження оцінок параметра θ методом максимізації стохастичного полінома за однаково розподіленою вибірки $\vec{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ проводиться за рівнянням виду:

$$\sum_{i=1}^r h_i(\theta) \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n [x_v^i - m_i(\theta)] \Big|_{\theta=\hat{\theta}} = 0, \quad (1)$$

де r – степінь полінома, $\frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v^i$, $i = \overline{1, r}$ – набір вибіркових статистик вищих порядків, $m_i(\theta)$ – початкові моменти, $h_i(\theta)$ – коефіцієнти, що забезпечують мінімум дисперсії оцінок параметра θ за степені полінома r .

В результаті досліджень побудовано поліном степені $r = 3$ у вигляді кубічного рівняння. Для його рішення було застосовано аналітичні та чисельні методи. Окрім цього отримано аналітичний вираз дисперсії оцінки для оцінюваного параметра θ , що дозволило порівняти її з дисперсією класичних оцінок.

Отримані теоретичні результати ефективності різних методів оцінювання параметра θ було підтверджено в результаті проведених експериментів методом Монте-Карло кількістю 10^4 , отримано коефіцієнти зменшення дисперсії в залежності від коефіцієнта форми α розподілу та об'єму вибірки n .

Для порівняльного аналізу точності оцінок використано відоме поняття коефіцієнта зменшення дисперсії [4]:

$$\hat{g}_{(\theta)3} = \frac{\hat{\sigma}_{(\theta)PMM3}^2}{\hat{\sigma}_{(\theta)mean}^2}, \hat{q}_{(\theta)3} = \frac{\hat{\sigma}_{(\theta)PMM3}^2}{\hat{\sigma}_{(\theta)median}^2}, \hat{r}_{(\theta)3} = \frac{\hat{\sigma}_{(\theta)PMM3}^2}{\hat{\sigma}_{(\theta)quant}^2}, \quad (2)$$

де $\hat{\sigma}_{(\theta)mean}^2$, $\hat{\sigma}_{(\theta)median}^2$, $\hat{\sigma}_{(\theta)quant}^2$, $\hat{\sigma}_{(\theta)PMM3}^2$ – усереднені на основі експериментів дисперсії оцінок, що отримуються із застосуванням середнього, медіани, центру перегинів та ММПл при $r = 3$ відповідно.

Висновки. Аналізуючи отримані результати, можна говорити, про ефективність методу максимізації поліному у порівнянні із відомими класичними методами. Перевага методу максимізації полінома над методами середнього та оцінки центру перегинів отримана більш ніж в 3 рази. Науковою новизною є вперше застосований метод до випадкової величини такого виду. Застосування розроблених алгоритмів доцільне при практичних вимірюваннях величин з екстремальними значеннями.

Список використаних джерел

1. Новицкий П.В., Зограф И.А. Оценка погрешностей результатов измерений. – Л.: Энергоатомиздат, 1991. – 304 с.
2. Щербак Л.М. Задачі метрологічного забезпечення вимірювальних пристроїв / Л.М. Щербак, Є.А. Ревуцький // Наукоємні технології. – 2009. – Т4. (№4). – С. 103-107.
3. Кунченко Ю.П. Стохастические полиномы. / Кунченко Ю.П. – Киев: Наук. думка, 2006. – 275 с.
4. Zabolotnii S.V., Chepynoha A.V., Chorniy A.M., Honcharov A.V. Comparative Analysis of Polynomial Maximization and Maximum Likelihood Estimates for Data with Exponential Power Distribution // Visnyk NTUU KPI Seriya – Radiotekhnika Radioaparotobuduvannia. – 2020, – Iss. 82. – pp. 45–51.