Єфремов Ю.М., к.т.н., доцент,
Чепюк Л.О., к.т.н., доцент,
Чепюк В.В., студент
Державний університет «Житомирська політехніка»

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ CORDIC В СПЕЦІАЛІЗОВАНИХ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ ПРИСТРОЯХ

Сучасні завдання управління часто потребують значного обсягу обчислень. При цьому складність та обсяг обчислень постійно зростають у міру зростання вимог до швидкості, точності та адаптивності систем управління та підвищення складності прикладних завдань. CORDIC (Coordinate Rotation Digital Computer) – ітераційний алгоритм послідовного наближення обчислення складних функцій простими операціями було запропоновано в 1956 році Джеком Волдером для обчислення тригонометричних функцій і операцій перетворення координат [1]. Завдяки тому, що алгоритм використовує лише прості операції додавання та зсуву в комбінації з попередньо обчисленими табличними значеннями, він підходить для застосування навіть у системах із відносно невеликими обчислювальними ресурсами, а також для апаратної реалізації.

Методом CORDIC можна вести обчислення в ціло чисельному форматі або у форматі з фіксованою точкою.

CORDIC є досить швидким алгоритмом, кількість ітерацій збігається з розрядністю результату: за бажання обчислення результату можуть вестись як з 8-, так і з 32-бітною точністю

Класичний метод CORDIC засновано на послідовному обчисленні рекурентних рівнянь матриці псевдо повороту вектора:

$$\begin{bmatrix} x_{i+1} \\ y_{i+1} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} c_i & -s_i \\ s_i & c_i \end{bmatrix}}_{A_i} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} \qquad (1)$$

де A_i – матриця псевдо повороту, значення S_i та C_i задаються за допомогою методу чисельного інтегрування і є наближеними значеннями $\sin\theta_i$ і $\cos\theta_i$ матриці обертання A_{ideal}

$$\begin{bmatrix} x_{i+1} \\ y_{i+1} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) \end{bmatrix}}_{A_{ideal}} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} \qquad (2)$$

CORDIC-метод використовує матриці з рівними за модулем діагональними елементами. Для визначення реального повороту, що виконується при використанні матриці псевдо повороту A_i (кута обертання та деформації, що вноситься у модуль вектора, що обертається), Для представлення матриці у явному вигляді необхідно виразити іі елементи через $\sin\theta_i$ і $\cos\theta_i$ (θ_i – кут обертання) та коефіцієнт деформації модуля вектора. На основі методу Стренга матриця псевдо повороту A_i представляється у явному вигляді:

$$A_i = \rho_i \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) \end{bmatrix} \qquad (3)$$

де $\rho_i = \sqrt{c_i^2 + s_i^2}$ – коефіцієнт деформації, $\theta_i=\mathrm{arctg}(s_i/c_i)$ – кут, на який повертається вхідний вектор при застосуванні матриці A_i.

На кожній ітерації відбувається деформація модуля вектора на і деформація кута обертання (мікро ротації).

Похибка деформації вектора на кожній ітерації:$\Delta_{modul}=\rho_i -1$.

Подібним чином буде змінюватись і вхідний кут θ. Оскільки величина повороту на кожній ітерації не є кратною числу 2, а являє собою значення $\theta_i=\mathrm{arctg}(s_i/c_i)$, то деформація кута обертання визначається як: $\Delta_{angle} = \theta_i-2^{-i}$ Перед початком обчислень необхідно виконати корекцію модуля вхідного вектора ρ, на величину деформації, що залежить від кількості ітерацій для досягнення бажаної точності. CORDIC є досить швидким алгоритмом, кількість ітерацій збігається з розрядністю результату. Незважаючи на свою простоту в плані базових операцій, таких як додавання та зсув, CORDIC дозволяє обчислювати тригонометричні функції – sin(), cos(), atan(); гіперболічні функції – sinh(), cosh(), atanh();показові функції – sqrt(), exp(), ln().

Список використаних джерел

1. Volder J. E. 1959. The Cordic trigonometric computing technique, IRE Trans.on Electronic Computers, vol. 8, pp. 330–334.

2. Борецький Т. Р. Розробка та реалізація методів обчислення елементарних функцій на основі програмних та апаратних засобів: дис. к.т.н. Львів, 2019.

3. Мороз Л. В. Теорія та швидкодіючі апаратно-програмні засоби ітераційних методів обчислення функцій : автореф. дис. д.т.н. Львів, 2013.