

Ю.В. Петраков, професор, д.т.н.,

О.А. Охріменко, професор, д.т.н.,

О.В. Пасічник, аспірант.

А.І. Петришин, ст. викладач, к.т.н.

Національний технічний університет України «КПІ ім. Ігоря Сікорського»

МОДАЛЬНИЙ АНАЛІЗ ОБРОБНОЇ СИСТЕМИ ТОКАРНОГО ВЕРСТАТУ

Однією з основних перешкод для підвищення продуктивності токарної обробки є регенеративні коливання обробної системи, які призводять до погіршення шорсткості поверхні деталі, підвищеного зносу інструменту та верстату. Динамічні процеси в обробній системі, що призводять до виникнення коливань, є основною причиною появи вібрацій. Для усунення таких негативних явищ у процесах різання використовуються різні методи, які умовно можна поділити на пасивне придушення вібрацій (РСС), активне керування (АСС) та методи, засновані на використанні режиму різання відповідно до діаграм пелюсток стабільності (SLD) [1]. Ефективність усіх цих методів повністю залежить від адекватності математичної моделі процесу, що використовується при проектуванні.

В цих тезах представлені основні результати роботи зі створення методики визначення модальних параметрів математичної моделі токарної обробної системи, яка базується на експериментальному модальному аналізі, результатах визначення складових сили різання, жорсткості та методі ресептивного з'єднання, який дозволяє об'єднати окремі складові для прогнозування динаміки всього вузла та конструювання SLD.

Динамічну модель обробної системи токарного верстата при встановленні заготовки в патроні і задньому центрі можна представити схемою на рис. 1. Динаміку системи можна описати трьома моделями, кожна з яких має один ступінь свободи в напрямку відповідної координатної осі. Усі пружні рухи в обробній системі відбуваються в динамічній системі, яку доцільно представити динамічними зв'язками, що описуються передатними функціями другого порядку:

$$W(s) = \frac{1/k}{\frac{s^2 \delta}{\omega^2} + 2\xi \frac{s\delta}{\omega} + \delta}, \quad (1)$$

де k – жорсткість, δ – пружне переміщення, ω – власна частота коливань, ξ – коефіцієнт затухання коливань. Усі такі параметри необхідно ідентифікувати в напрямку дії збурюючої сили, який буде визначатися відповідним індексом позначення координатної осі.

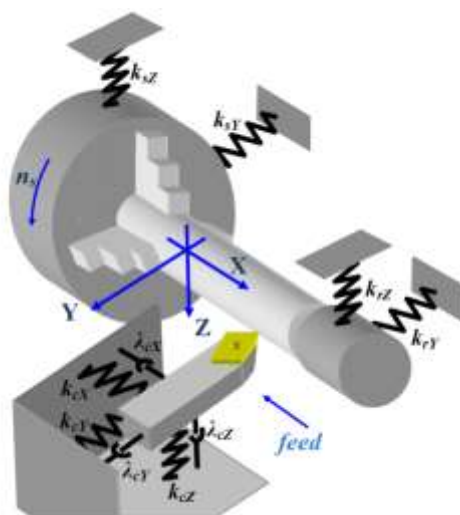


Рис. 1. Модель обробної системи

Кожна динамічна ланка має свої динамічні параметри, позначені в знаменнику передатної функції, а жорсткість зручно представляти відповідно до схеми на рис. 1 як функцію поздовжньої координати x як жорсткість усієї динамічної системи, приведену до вершини різця. Такий підхід визначається призначенням токарної обробної системи, оскільки саме тут відбувається формування деталі. Під час закріплення заготовки в патроні з використанням класичних залежностей теорії пружності можна застосовувати формулу для приведеної жорсткості системи [2] у напрямку дії складової F_y сили різання в точці різання як функції координати x :

$$k_y = \frac{k_{sy} k_{cy} 3EJ}{3EJ(k_{sy} + k_{cy}) + x^3 k_{sy} k_{cy}}, \quad (2)$$

де k_{sy} – жорсткість шпинделя, k_{cy} – жорсткість інструменту, E – модуль пружності матеріалу заготовки, J – момент інерції перерізу заготовки. Для круглого перерізу $J = \pi d_a^4 / 64$, де d_a – середній діаметр.

При встановленні заготовки в патроні та задньому центрі, приведена жорсткість динамічної системи визначається як для статично невизначеної системи за методикою [2]:

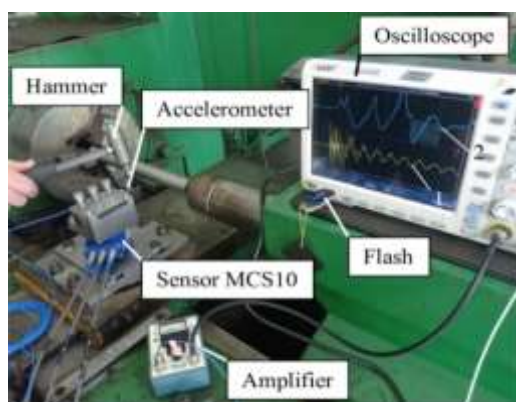
$$k_y = \frac{l_p^2 k_{sy} k_{cy} k_{ry} 3EJ}{a_1 + a_2 + a_3 + a_4}, \quad (3)$$

де $a_1 = (l_p - x) 2k_{cy} k_{ry} 3EJ$; $a_2 = x^2 k_{sy} k_{cy} 3EJ$; $a_3 = l_p^2 k_{sy} k_{ry} 3EJ$; $a_4 = x^2 (l_p - x)^2 l_p k_{sy} k_{cy} k_{ry}$, l_p – довжина деталі. Інші позначення пояснені на рис. 1.

Зведена жорсткість вздовж координати Z розраховується за аналогічними залежностями зі зміною індексів при відповідній жорсткості у формулах (2) та (3). Таким чином, для проведення подальших досліджень динаміки токарної обробної системи необхідно її ідентифікувати за допомогою експериментальних даних щодо визначення модальних параметрів [2] обробної системи: жорсткості динамічних ланок, що входять до системи, частоти власних коливань та коефіцієнтів згасання коливань ланок другого порядку, що їх замінюють. Частотні характеристики кожного компонента обробної системи визначалися методом експериментального модального аналізу (ЕМА) з використанням ударного молотка моделі 086D05, акселерометра RSV 353B15 з підсилювачем RBC 480E09 та АЦП NI USB-9215 (усі від фірми Piezotronics, Inc., США) (рис. 2). Сигнали записуються двоканальним осцилографом Owon XDS3202E та можуть бути збережені у флеш-пам'яті у вигляді файлів Excel.

Рис. 2. Експериментальне визначення імпульсної характеристики

Акселерометр підключено через підсилювач до входу двоканального осцилографа, а до іншого входу



підключено ударний молоток. Удар виконується в напрямку однієї з координатних осей. Результат реєстрації отриманих сигналів у вигляді імпульсної характеристики (IRF) відображається на екрані осцилографа у вигляді осцилограм: сигнал акселерометра позначено лінією 1, сигнал ударного молотка позначено лінією 2 на рис. 2. Для визначення IRF у напрямку іншої осі змінюють розташування акселерометра та напрямок удару. Аналогічні експерименти проводилися з іншими компонентами динамічної моделі обробної системи: шпинделем та заднім центром.

Для ідентифікації частотних характеристик компонентів системи за їх IRF було використано прикладну програму, що виконує швидкі перетворення Фур'є для визначення частотних характеристик (FRF). На рис. 3 показано результати експериментального модального аналізу частотних характеристик опори інструменту в напрямку осі Y.

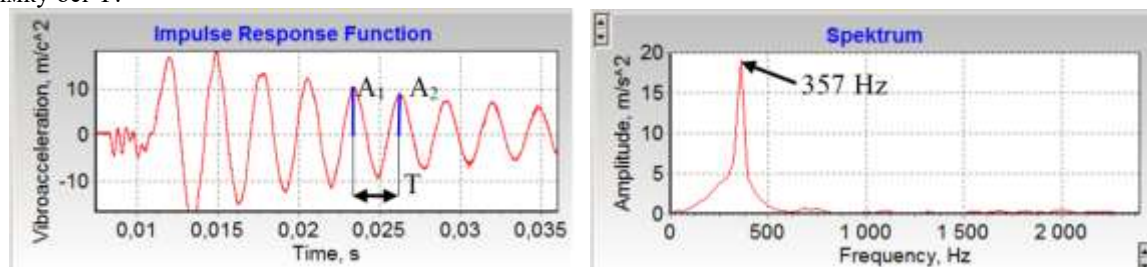


Рис. 3. IRF і FRF інструментальної системи в напрямку осі Y

Отриманий спектр вказує на переважання однієї основної гармоніки (357 Гц), а коефіцієнт згасання коливань ξ можна розрахувати за IRF [2]:

$$\xi = \frac{\ln(A_1 / A_2)}{T\omega}, \quad (4)$$

де A_1 , A_2 , T – амплітуди та період коливань, ω – частота основної гармоніки ($\omega = 2\pi \cdot 357$ рад/с).

Отримані дані, разом з експериментальними даними щодо визначення жорсткості в напрямку осі Y, повністю ідентифікують коливальну ланку, яка представляє систему різця в математичній моделі всієї обробної системи.

Для визначення частотних характеристик обробної системи в напрямку осі Z були виконані аналогічні експерименти. Реакція в напрямку осі Z представлена на рис. 4. Спостерігаються три піки спектру тому для представлення в математичній моделі всієї системи у вигляді коливальної ланки другого порядку необхідно застосовувати підхід, представлений в [3].

Оскільки модель обробної системи представлена відповідно до принципу методу ресептансного зв'язку [4], як композиція з трьох основних вузлів системи – інструментальної опори, шпинделя, заднього центру - то модальний аналіз проводився для кожної ланки окремо. Експеримент також проводився за допомогою ударного молота та акселерометра, прикріпленого до відповідних місць досліджуваної системи, а імпульсна характеристика реєструвалася на запам'ятовуючому осцилографі і копіювалася на флеш-пам'яті у вигляді цифрового Exell файлу.

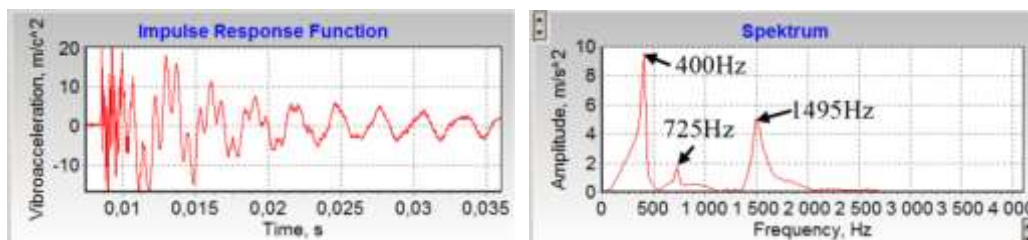


Рис. 4. IRF і FRF інструментальної системи в напрямку осі Z

Модель процесу різання побудована таким чином, що, використовуючи механістичний підхід до визначення сили різання, реалізується можливість вбудовування складових сили різання в структуру всієї динамічної системи. Відомо, що найбільш інформативною складовою сили різання є тангенціальна складова F_z сили різання, яка переважно визначає потужність різання. Тому в загальній моделі структури обробної системи пропонується визначати складові F_x та F_y шляхом розкладання горизонтальної складової F_{xy} вздовж координатних осей:

$$F_x = F_{xy} \sin(\varphi + \eta), \quad F_y = F_{xy} \cos(\varphi + \eta), \quad (5)$$

де φ – головний кут у плані різального інструменту, η – кут зсуву.

Ця схема враховує відхилення вектора горизонтальної складової сили різання від нормалі до ріжучої кромки інструменту в напрямку потоку стружки. Горизонтальна складова сили різання залежить від багатьох факторів і в загальному випадку може бути виражена через тангенціальну складову:

$$F_{xy} = k_{xy} F_z, \quad (6)$$

де k_{xy} – емпіричний коефіцієнт, який при обробці конструкційних сталей з міцністю на розрив не більше 1000 Н/мм², швидкістю різання 100 м/хв та $\varphi = 45^\circ$ може знаходитися в діапазоні $k_{xy} = 0,55 \dots 0,65$.

Ідентифікацію динамічних характеристик сили різання було проведено за частотною характеристикою її динаміки, отриманої через швидкі перетворення Фур'є в спеціально створеній програмі. В програму завантажується осцилограма складової F_y сили різання, записаної через трикомпонентний MCS10 (рис. 5).

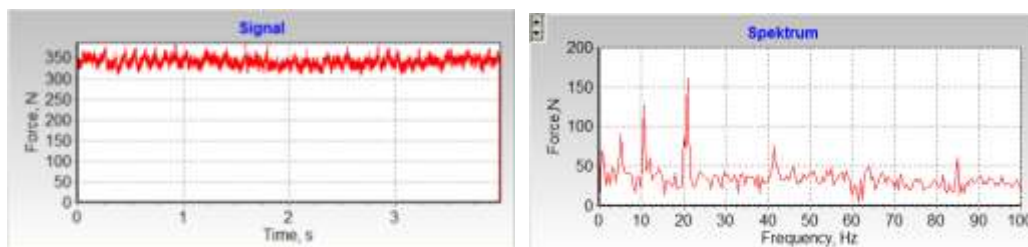


Рис. 5. Осцилограма складової F_y сили різання та її частотна характеристика

Такий підхід дозволяє побудувати математичну модель, необхідну для вирішення основної задачі управління – побудови діаграми стабільності за алгоритмом, розробленим в [5]. Визначення жорсткості кожного блоку обробної системи проводиться експериментально окремо, а результати зведені в єдину залежність жорсткості на кінчику різця, що дозволить прогнозувати її зміну за довжиною заготовки.

Список літератури:

1. Çetindağ, H.A., Oezkaya, E., Çiçek, A. et al. Review of chatter control techniques in turning and boring. *Int J Adv Manuf Technol* 139, 5363–5407 (2025). <https://doi.org/10.1007/s00170-025-16188-1>
2. Petrakov Y., Ohrimenko O., Pasichnyk O., Petryshyn A. Determination Modal parameters a Turning machining system, *Mechanics and Advanced Technologies*, Vol. 9, No. 2, 2025, pp. 176–184. [https://doi.org/10.20535/2521-1943.2025.9.2\(105\).331541](https://doi.org/10.20535/2521-1943.2025.9.2(105).331541)
3. Petrakov Y. V., Ohrimenko O. A., Sikailo M. O. Identification of dynamics for machining systems. *Mechanics and Advanced Technologies*, Vol. 8, No. 4, 2024, pp. 337–345. [http://doi.org/10.20535/2521-1943.2024.8.4\(103\).305837](http://doi.org/10.20535/2521-1943.2024.8.4(103).305837)
4. Yulei Ji et al. A new receptance coupling substructure analysis methodology to predict tool tip dynamics *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Volume 126, March 2018, Pages 18-26. <https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2017.12.002>
5. Petrakov Y., Danylchenko M. A Time-Frequency Approach to Ensuring Stability of Machining by Turning. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 6(2 (120) 2022, 85–92. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2022.268637>