

УДК 621.9

*Богдановський М.В., ст. викладач**Горбiк Д.П., здобувач**Державний університет «Житомирська політехніка»*

РОЗРОБКА СИМУЛЯТОРА ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАДАЧ ПРЯМОЇ І ЗВОРОТНОЇ КІНЕМАТИКИ МАНІПУЛЯТОРІВ

У роботі представлено програмний симулятор, призначений для вивчення кінематики маніпуляторів з трьома ступенями свободи.

Основна мета – створення навчального віртуального стенду, який дозволяє студентам на практиці опанувати основи прямої та зворотної кінематики, математичні методи обчислення положення виконавчого органу, а також моделювання руху у реальному часі.

Питання викладання робототехніки та мехатроніки у вищій школі передбачає не лише ознайомлення з фізичними платформами, але й детальне вивчення алгоритмів керування. Однією з базових задач є зворотна кінематика — знаходження необхідних кутів обертання приводів для досягнення заданого положення виконавчого органу.

Метою розробки є створення симулятора, який дозволяє вводити координати цільової точки, обчислювати кути за допомогою методів зворотної кінематики, моделювати рух у площині XY та забезпечувати візуальний супровід розрахунків. Маніпулятор моделюється як триланкова система у площині XY. Пряма кінематика визначається за допомогою тригонометричних рівнянь:

$$\begin{aligned}x &= L_1 \cdot \cos(\theta_1) + L_2 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) + L_3 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3), \\y &= L_1 \cdot \sin(\theta_1) + L_2 \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2) + L_3 \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3).\end{aligned}$$

Для обчислення зворотної кінематики застосовано ітераційний метод Левенберга–Марквардта, що базується на апроксимації Якобіана та корекції похибки положення. Метод дозволяє ефективно знаходити розв'язки навіть у випадках, коли прямий аналітичний метод не застосовується. Використано формулу $\Delta\theta = (J^T \cdot J + \lambda \cdot I)^{-1} \cdot J^T \cdot e$, де J — Якобіан, e — вектор похибки, λ — параметр демпфування. Алгоритм перевіряє досяжність координати виконавчого органу; у разі її недосяжності виводиться повідомлення про помилку, що дозволяє користувачеві коригувати введені значення.

Програмну реалізацію виконано з використанням C++/CLI у середовищі Windows Forms. Графічний інтерфейс дозволяє у реальному часі вводити кути обертання або координати виконавчого органу,

перемикатися між режимами прямої та зворотної кінематики, переглядати математичні розрахунки у текстовому вікні, моделювати рух ланок. Система підтримує перевірку діапазонів обертання суглобів, побудову траєкторій та їх відтворення через анімацію. Вся візуалізація реалізована за допомогою векторної графіки у 2D. Структура коду модульна та гнучка для подальших розширень.

Створене програмне ядро симулятора має масштабовану та платформонезалежну архітектуру, що забезпечує можливість його перенесення у середовище Unity для побудови тривимірної інтерактивної моделі маніпулятора. Такий підхід передбачає чітке відокремлення обчислювального рівня, який реалізує алгоритми прямої та зворотної кінематики, обчислення Якобіана й перевірку обмежень суглобів, від рівня візуалізації та користувацької взаємодії, що дозволяє зберегти математичну коректність розрахунків. Перехід з C++/CLI на C# полягає у відтворенні структури класів кінематичного ланцюга та реалізації алгоритмів у вигляді незалежних модулів, придатних для роботи в реальному часі в ігровому циклі Unity.

Збереження методу Левенберга–Марквардта як базового інструменту зворотної кінематики забезпечує чисельну стійкість і контроль точності розв'язків, зокрема поблизу сингулярних конфігурацій. Використання Unity відкриває можливості інтеграції фізичного рушія, сучасної 3D-візуалізації та розширених сценаріїв взаємодії, а також створює передумови для зв'язку з реальними маніпуляторами і використання симулятора як цифрового двійника в навчальних і дослідницьких робототехнічних системах.

Список використаних джерел:

1. Craig J. J. Introduction to Robotics: Mechanics and Control. – 4th ed. – Pearson, 2018. – 448 p.
2. Levenberg K. A method for the solution of certain nonlinear problems in least squares // Quarterly of Applied Mathematics. – 1944. – Vol. 2, No. 2. – P. 164–168.
3. Marquardt D. An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters // Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics. – 1963. – Vol. 11, No. 2. – P. 431–441.