УДК 004.8:530.12:004.056

***Кучма Ю.В., к.т.н., доцент***
*ТОВ Приватний вищий навчальний заклад*
*«УНІВЕРСИТЕТ СУЧАСНИХ ТЕХНОЛОГІЙ»*

# МОДЕЛЮВАННЯ НЕЛІНІЙНОЇ ДИНАМІКИ ІНФОРМАЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ НА КВАНТОВИХ СИМУЛЯТОРАХ

Сучасний етап розвитку інформаційних технологій характеризується стрімким зростанням складності інформаційних процесів, які реалізуються в кіберфізичних, розподілених та інтелектуальних системах. Такі процеси вирізняються високою розмірністю простору станів, наявністю багаторівневих зворотних зв'язків, стохастичних збурень і взаємодією когерентних та некогерентних компонентів. У класичних обчислювальних середовищах точне моделювання подібних процесів у режимі реального часу є обмеженим через експоненційне зростання обчислювальної складності [1].

У цьому контексті квантові симулятори розглядаються як перспективна обчислювальна платформа, здатна відтворювати динаміку складних систем на фундаментальному фізичному рівні. Їх використання відкриває нові можливості для формалізованого аналізу нелінійних інформаційних процесів, зокрема тих, що виникають у задачах кібербезпеки, адаптивного керування, криптографічного захисту та підтримки прийняття рішень у динамічних середовищах.

Актуальність дослідження також зумовлена необхідністю розроблення узагальненого математичного апарату, який дозволяє поєднати квантову динаміку, класичні алгоритми керування та адаптивні механізми оптимізації в межах єдиної моделі [2].

Квантові симулятори призначені для відтворення еволюції відкритих квантових систем з урахуванням шумових процесів, дисипації та керованих нелінійних ефектів. На відміну від універсальних квантових комп'ютерів, симулятори орієнтовані на дослідження конкретних класів динамічних систем і дозволяють більш ефективно використовувати обмежені квантові ресурси.

У задачах моделювання інформаційних процесів квантові симулятори забезпечують природну реалізацію багатовимірних просторів станів і операторної динаміки. Це дозволяє адекватно описувати як когерентні інформаційні потоки, так і некогерентні процеси втрат, завад і атак. Особливу роль відіграє можливість

врахування стан-залежних ефектів, що є характерною ознакою адаптивних інформаційних систем [3].

***1. Математичні засади моделювання нелінійної динаміки.***

Для формалізованого опису нелінійної адаптивної динаміки інформаційних процесів вводиться багатовимірний простір станів, який задається як тензорний добуток гільбертових просторів окремих підсистем

$$\mathrm{H} = \bigotimes_{i=1}^{N} \mathrm{H}_i , \qquad (1)$$

де $\mathrm{H}_i$ – гільбертів простір відповідає $i$-тій підсистемі, а $N$ – визначає їх кількість. Така структура дозволяє моделювати ієрархічні взаємодії між підсистемами та враховувати як локальні, так і колективні ефекти [4].

***2. Простір керування та адаптивні механізми***

Адаптивна перебудова динаміки реалізується через параметричний простір керування $\mathrm{U}$, який визначає множину допустимих операторів впливу на систему

$$\mathrm{U} = \{\hat{K}(t) \in \mathrm{L}(\mathrm{H})\}, \qquad (2)$$

де $\hat{K}(t)$ – оператор керування, що модулює еволюцію стану системи відповідно до поточного стану та історії вимірювань. Представлений простір формалізує адаптивні алгоритми керування.

Важливо наголосити, що ключовим елементом цього математичного апарата є щільнісний оператор $\hat{\rho}(t)$, який визначає стан системи в багатовимірному гільбертівському просторі $\mathrm{H}$. Саме використання щільнісного оператора дозволяє формально враховувати суперпозиції, квантову когерентність, а також ефекти декогеренції, що виникають через взаємодію з оточенням і шумові процеси.

Другим ключовим компонентом є оператор керування $\hat{K}(t)$, який формалізує динамічне втручання класичної підсистеми в еволюцію квантового стану. Параметричний простір керування $\mathrm{U}$ визначає множину допустимих операторів і дозволяє математично формалізувати адаптивні алгоритми, що реагують на поточний стан системи та історію квантових вимірювань. Наявність такого оператора забезпечує нелінійний контур зворотного зв'язку, у якому результати вимірювань активно впливають на подальшу динаміку системи.

***3. Рівняння еволюції та нелінійні ефекти.***

Рівняння еволюції системи враховує як когерентну еволюцію через стан-залежний гамільтоніан, так і дисипативні та адаптивні ефекти через оператори.

$$\frac{d\hat{\rho}(\mathrm{t})}{dt} = -i\left[\hat{H}(t,\hat{\rho}),\hat{\rho}(t)\right] + \mathrm{D}[\hat{\rho}(t)] + \mathrm{F}\left(\hat{\rho}(t),\hat{K}(t)\right), \qquad (3)$$

де $\hat{H}(t,\hat{\rho})$ – стан-залежний гамільтоніан, $\mathrm{D}[\hat{\rho}(t)]$ – дисипативний оператор, $\mathrm{F}\left(\hat{\rho}(t),\hat{K}(t)\right)$ – оператор нелінійного адаптивного впливу.

Така модель відображає використання інформації про стан системи для корекції подальшої еволюції, що є характерним для інтелектуальних і самоналаштовуваних інформаційних систем.

***4. Цільова функція оптимізації.***

Для кількісної оцінки ефективності керування вводиться цільова функція

$$\mathrm{J}\ [\hat{K}(t)] = \int_0^T \mathrm{Tr}\left\{\hat{\rho}(t)\hat{O}_{\mathrm{target}}\right\}dt - \lambda\int_0^T \|\hat{K}(t)\|^2\ dt \to \max, \qquad (4)$$

де $\hat{O}_{\mathrm{target}}$ – оператор цільової характеристики, $\lambda$ – коефіцієнт штрафу за ресурси, $T$ – кінцевий час моделювання.

Така постановка дозволяє аналізувати компроміс між досягненням заданих інформаційних властивостей і вартістю керування.

***5. Варіаційні алгоритми та дискретизація керування***

Практична реалізація оптимального керування на квантових симуляторах здійснюється з використанням варіаційних квантово-класичних алгоритмів.

Дискретизація операторів керування через градієнтне оновлення забезпечує реалізацію варіаційних алгоритмів, які є квантово-класичними гібридними схемами адаптивного управління

$$\hat{K}_{n+1} = \hat{K}_n + \eta\frac{\partial \mathrm{J}\ [\hat{K}_n]}{\partial \hat{K}_n}, \qquad (5)$$

де $n$ – номер дискретного кроку, $\eta$ – адаптивний крок, $\partial \mathrm{J}\ / \partial \hat{K}_n$ – градієнт цільової функції.

Отже, запропонований математичний апарат забезпечує формалізоване моделювання високорозмірних, нелінійних та адаптивних інформаційних процесів в умовах динамічної невизначеності, дозволяючи оцінювати стійкість криптографічних механізмів, оптимізувати параметри захищених каналів та досліджувати сценарії активної протидії. При цьому результати квантових вимірювань та адаптивні дії класичних операторів формують

нелінійний контур зворотнього зв’язку [4], що забезпечує контекстно-залежну перебудову алгоритмічних і протокольних рішень у режимі реального часу, підвищуючи живучість та стійкість інформаційних і комунікаційних систем.

Необхідно зазначити, що комплексне поєднання квантових і класичних компонентів [5], створює теоретичну основу для побудови адаптивних алгоритмів оптимізації та високопродуктивних квантово-класичних симуляторів, дозволяючи аналізувати ефективність, стійкість і адаптивність систем у складних кібербезпекових середовищах.

Таким чином, запропонований підхід формує платформу для моделювання, аналізу та оптимізації нелінійних інформаційних процесів, інтегруючи методи квантового моделювання з класичними алгоритмами керування з перспективою для підвищення стійкості, живучості та безпеки інформаційних мереж у динамічних умовах загроз.

**Список використаних джерел**

1. Живило, Є., & Кучма, Ю. (2025). DEEP LEARNING-МОДЕЛЬ ПРОГНОЗУВАННЯ КОМПРОМЕТАЦІЇ ОБЛІКОВИХ ЗАПИСІВ У СИСТЕМАХ УПРАВЛІННЯ ПОДІЯМИ БЕЗПЕКИ. Електронне фахове наукове видання «Кібербезпека: освіта, наука, техніка», 3(31), 589–601. https://doi.org/10.28925/2663-4023.2025.31.1050

2. NIST: Post-Quantum Cryptography (PQC) Project і NIST Releases First 3 Finalized Post-Quantum Encryption Standards, https://csrc.nist.gov/projects/post-quantum-cryptography.

3. Фесенко, Т., & Калашнікова, Ю. (2025). ФЕДЕРАТИВНА GNN-XAI МОДЕЛЬ ПРОГНОЗУ КОМПРОМЕТАЦІЇ ОБЛІКОВИХ ЗАПИСІВ У ZERO TRUST-СЕРЕДОВИЩІ. Електронне фахове наукове видання «Кібербезпека: освіта, наука, техніка», 3(31), 602–619. https://doi.org/10.28925/2663-4023.2025.31.1049

4. Zhyvylo, Y., & Kuchma, Y. (2025). Mathematical modeling of intellectual and cryptographic protection of authentication keys. Collection “Information Technology and Security”, 13(2), 162–177. https://doi.org/10.20535/2411-1031.2025.13.2.344591

Фесенко, Т., та Калашникова, Ю. (2025). Математичні аспекти спільного застосування алгоритму AES та стеганографічних методів у захисті ключів автентифікації. Збірник «Інформаційні технології та безпека» , 13 (2), 178–191. https://doi.org/10.20535/2411-1031.2025.13.2.344592.