

УДК 004.8:004.93:537.312.2

*Рубін Е.Ю., к.т.н., доцент**ТОВ Приватний вищий навчальний заклад  
«УНІВЕРСИТЕТ СУЧАСНИХ ТЕХНОЛОГІЙ»***НЕЛІНІЙНЕ КЕРУВАННЯ ВІДКРИТИМИ КВАНТОВИМИ СИСТЕМАМИ В КІБЕРФІЗИЧНИХ ТА ІОТ-ОРІЄНТОВАНИХ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЯХ**

Інтеграція квантових підсистем у кіберфізичні та ІоТ-орієнтовані інформаційні технології вимагає застосування математичних методів, здатних точно описувати квантову динаміку за умов неповних, стохастичних і мережево-обумовлених вимірювань [1]. У цьому контексті квантові фільтри Белавкіна формалізують природний математичний апарат для моделювання нелінійного керування відкритими квантовими системами, що функціонують у квантово-класичних замкнутих контурах зворотного зв'язку.

На відміну від рівнянь Ліндблада, фільтри Белавкіна дозволяють формалізувати умовну еволюцію квантового стану за умов безперервних вимірювань. У таких архітектурах квантова підсистема трактується як стохастично керований об'єкт, інтегрований у розподілену ІоТ-інфраструктуру.

**Математична модель.** Стан відкритої квантової системи описується умовним щільнісним оператором  $\rho_c(t) \in D(H)$ , який є умовним математичним сподіванням квантового стану відносно сигма-алгебри результатів вимірювань. Динаміка  $\rho_c(t)$  визначається стохастичним диференціальним рівнянням Белавкіна:

$$d\rho_c(t) = L[\rho_c(t)]dt + H_L[\rho_c(t)]dW(t), \quad (1)$$

де  $L$  – генератор відкритої квантової динаміки типу Ліндблада,

$$L[\rho] = -i[H(u(t)), \rho] + \sum_k \left( L_k \rho L_k^\dagger - \frac{1}{2} \{L_k^\dagger L_k, \rho\} \right), \quad (2)$$

а  $H_L[\rho]$  – інноваційний нелінійний оператор

$$H_L[\rho] = L\rho + \rho L^\dagger - \text{Tr}[(L + L^\dagger)\rho]\rho. \quad (3)$$

Стохастичний процес  $dW(t)$  є вінерівським інноваційним шумом, що моделює різницю між фактичними результатами вимірювань і їх умовними прогнозами. Вимірювальний процес задається співвідношенням:

$$dY(t) = \text{Tr}[(L + L^\dagger)\rho_c(t)]dt + dW(t), \quad (4)$$

що відображає фізичний зв'язок між квантовою динамікою та класичним потоком даних у IoT-контурі.

**Нелінійне керування в термінах умовної динаміки.** Керування вводиться через параметризацію гамільтоніана

$$H(u(t)) = H_0 + \sum_{j=1}^m u_j(t) H_j, \quad (5)$$

де вектор керування  $u(t) \in U \subset \mathbb{R}^m$  формується класичним контролером на основі умовного стану  $\rho_c(t)$  або вимірювального сигналу  $Y(t)$ . Унаслідок цього виникає нелінійний квантово-класичний контур зворотнього зв'язку, в якому динаміка керування залежить від стохастичної еволюції квантового стану.

Задача керування формулюється як мінімізація стохастичного функціонала

$$J[u] = \mathbb{E} \left[ \Phi(\rho_c(T)) + \int_0^T C(\rho_c(t), u(t)) dt \right], \quad (6)$$

де  $\Phi(\rho_c(T))$  задає цільову інформаційну або функціональну конфігурацію системи, а  $C$  враховує витрати керування та мережеві обмеження, характерні для IoT-середовищ.

В цілому математичний апарат квантових фільтрів Белавкіна формує чіткий аналітичний фундамент для побудови нелінійних керованих моделей відкритих квантових систем у межах кіберфізичних та IoT-орієнтованих технологій. Підхід дозволяє перейти від усереднених рівнянь Ліндблада до умовних стохастичних рівнянь еволюції щільнісного оператора, які враховують вплив безперервних вимірювань та класичних контурів зворотнього зв'язку на динаміку системи. Реалізація цього підходу забезпечує синтез адаптивних квантово-класичних контурів керування [2], оптимізованих за критеріями стійкості, точності та ефективності в умовах динамічної невизначеності та обмежених ресурсів.

#### Список використаних джерел

1. Живило, Є., & Кучма, Ю. (2025). DEEP LEARNING-МОДЕЛЬ ПРОГНОЗУВАННЯ КОМПРОМЕТАЦІЇ ОБЛІКОВИХ ЗАПИСІВ У СИСТЕМАХ УПРАВЛІННЯ ПОДІЯМИ БЕЗПЕКИ. Електронне фахове наукове видання «Кібербезпека: освіта, наука, техніка», 3(31), 589–601. <https://doi.org/10.28925/2663-4023.2025.31.1050>
2. Zhyvylo, Y., & Kuchma, Y. (2025). Mathematical modeling of intellectual and cryptographic protection of authentication keys. Collection "Information Technology and Security", 13(2), 162–177. <https://doi.org/10.20535/2411-1031.2025.13.2.344591>