

УДК 517.938:004.94

*Лунаренко О.В., к.т.н., доцент  
ДВНЗ «Приазовський державний технічний університет»*

## **КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА АНАЛІЗ ДИНАМІЧНИХ РЕЖИМІВ НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМ У СЕРЕДОВИЩІ MATLAB**

Нелінійні динамічні системи широко використовуються для математичного моделювання складних процесів у фізиці, біології, технічних та інформаційних системах. Такі системи можуть демонструвати різні режими поведінки – стаціонарні стани, періодичні коливання, квазіперіодичну динаміку та хаотичні режими. Для багатьох моделей аналітичне дослідження глобальної структури фазового простору є складним або неможливим, тому важливу роль відіграють методи комп'ютерного моделювання та чисельного експерименту. Сучасні програмні засоби дозволяють досліджувати динаміку широкого класу нелінійних систем, зокрема моделей Лоренца, Росслера та Чуа.

Нелінійні динамічні системи, що розглядаються у роботі, описуються системами автономних звичайних диференціальних рівнянь першого порядку:

$$\dot{x} = f(x, y, z), \quad \dot{y} = g(x, y, z), \quad \dot{z} = h(x, y, z),$$

де  $x, y, z$  – змінні стану системи, а функції  $f, g, h$  визначають її динамічну поведінку. Для дослідження еволюції систем у фазовому просторі використовується чисельне інтегрування рівнянь у середовищі MATLAB. Чисельний розв'язок отримано за допомогою вбудованих методів Рунге–Кутти з адаптивним кроком (зокрема солвера *ode45*), що дозволяє аналізувати часові реалізації змінних стану та структуру фазових траєкторій при різних початкових умовах і значеннях параметрів.

Для дослідження динамічних режимів використано розроблений програмний комплекс у середовищі **MATLAB**, який забезпечує автоматизоване проведення чисельного експерименту та візуальний аналіз результатів моделювання. Програмний засіб реалізовано у вигляді інтерактивного додатку з графічним інтерфейсом користувача, що дозволяє виконувати комплексний аналіз нелінійних динамічних систем. Користувач має можливість обрати досліджувану математичну модель із набору реалізованих систем, задати початкові умови та параметри інтегрування, а також змінювати керуючі параметри моделі.

Програмний комплекс забезпечує побудову фазових портретів та їх проєкцій на координатні площини і реалізує графічні методи аналізу динаміки, зокрема перерізи Пуанкаре, карти повернення та рекурентні

діаграми. Інтерактивні елементи керування (бігунки) дозволяють у режимі реального часу змінювати параметри системи та спостерігати перебудову динамічних режимів. Це дає змогу швидко переходити між різними режимами руху, визначати положення особливих точок та відстежувати еволюцію фазових траєкторій при зміні параметрів системи.

Розроблений програмний комплекс дозволяє досліджувати широкий клас нелінійних динамічних систем, зокрема системи Лоренца, Росслера, Чуа та інші моделі зі складною динамічною поведінкою. Для ілюстрації можливостей запропонованого підходу розглянуто класичну систему Лоренца, яка є однією з найбільш відомих моделей хаотичної динаміки. Чисельне моделювання дозволяє дослідити зміну режимів руху системи при варіюванні керуючих параметрів. Для малих значень параметра  $r$  траєкторії системи прямують до стійкої точки рівноваги, що відповідає стаціонарному режиму, а зі збільшенням параметра  $r$  понад критичне значення виникають періодичні коливання, а подальше зростання параметра призводить до формування хаотичного атрактора Лоренца. Побудовані фазові портрети, перерізи Пуанкаре та рекурентні діаграми дозволяють простежити зміну структури фазових траєкторій і ідентифікувати відповідні динамічні режими.

Запропонований підхід забезпечує комплексне дослідження нелінійних динамічних систем у середовищі MATLAB. Чисельне моделювання системи Лоренца підтвердило зміну режимів при варіюванні параметра  $r$  – від стаціонарного стану через періодичні коливання до хаотичного атрактора. Застосування перерізів Пуанкаре та рекурентних діаграм дозволило ідентифікувати характерні структури фазового простору.

#### **Список використаних джерел:**

1. Strogatz S. H. *Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering*. Boulder : Westview Press, 2015. 532 p.
2. Lorenz E. N. Deterministic nonperiodic flow. *Journal of the Atmospheric Sciences*. 1963. Vol. 20, No. 2. P. 130–141.
3. Лупаренко О. В., Графов В. В., Козлов М. А. Візуалізація та чисельний аналіз фазових траєкторій неперервних динамічних систем з використанням MATLAB. *Grail of Science*. 2025. № 53. С. 589–598.