

Секція 4
ЕЛЕКТРОНІКА, ЕЛЕКТРОННІ КОМУНІКАЦІЇ,
ПРИЛАДОБУДУВАННЯ ТА РАДІОТЕХНІКА

УДК 519.21

Мельник А.О., аспірантка

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

СТАТИСТИЧНЕ ОЦІНЮВАННЯ ТА ПОБУДОВА
ДОВІРЧИХ ІНТЕРВАЛІВ ДЛЯ ІМПУЛЬСНОЇ ПЕРЕХІДНОЇ
ФУНКЦІЇ

Проблема оцінювання стохастичних лінійних систем є предметом активних досліджень в останні роки. Сфера застосування таких моделей є дуже широкою і охоплює обробку сигналів, автоматичне керування та економетрику. У даній роботі розглядається неперервна лінійна система з одним входом та одним виходом (SISO), що повністю описується своєю дійснозначною імпульсною перехідною функцією $H(\tau)$, визначеною на обмеженому інтервалі $[0, \Lambda]$.

Зв'язок між вхідним сигналом $X(t)$ та вихідним сигналом $Y(t)$ у будь-який момент часу t описується інтегралом згортки:

$$Y(t) = \int_0^{\Lambda} H(\tau)X(t - \tau)d\tau$$

Вхідний сигнал системи моделюється як центрований стаціонарний гауссівський стохастичний процес. Для його математичного представлення використовується зрізаний тригонометричний ряд Фур'є. Вхідний процес задається наступним чином:

$$X_N(u) = \sqrt{\frac{2}{\Lambda}} \sum_{k=1}^N \left(\xi_k \cos\left(\frac{2k\pi u}{\Lambda}\right) + \eta_k \sin\left(\frac{2k\pi u}{\Lambda}\right) \right)$$

де N – фіксоване ціле число, що позначає рівень зрізання (складність моделі), а ξ_k та η_k – послідовності некорельованих гауссівських випадкових величин.

Як оцінка невідомої функції $H(\tau)$ на основі одного спостереження використовується інтегральна взаємна корелограма. Оцінка $\hat{H}_{N,T,\Lambda}(\tau)$ визначається як усереднення за часом добутку вихідного сигналу та зсунутої в часі версії вхідного сигналу:

$$\hat{H}_{N,T,\Lambda}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T Y_N(t)X_N(t - \tau)dt$$

Збудована оцінка залежить від двох ключових параметрів: довжини інтервалу усереднення T та рівня зрізання для вхідного сигналу N .

Встановлено, що центрований процес похибки оцінювання $\hat{Z}_{N,T,\Lambda}(\tau) = \hat{H}_{N,T,\Lambda}(\tau) - E\hat{H}_{N,T,\Lambda}(\tau)$ належить до класу квадратично-гауссівських процесів. Для цього випадку виведено явні верхні межі для зміщення та дисперсії оцінки. Показано, що дисперсія зменшується зі швидкістю $O(1/T^2)$, що гарантує швидке покращення точності зі збільшенням часу усереднення T .

Завдяки властивостям простору квадратично-гауссівських величин, було отримано явну неасимптотичну оцінку ймовірності великих відхилень для похибки у просторі неперервних функцій $C([0, \Lambda])$. Ця експоненційна межа залежить від параметрів експерименту N та T , а також від бажаної точності ε .

Отримана нерівність дозволила розробити статистичний критерій узгодженості для перевірки гіпотез щодо форми імпульсної перехідної функції. Крім того, на основі цього критерію побудовано рівномірні довірчі інтервали, які забезпечують кількісну оцінку невизначеності для всієї досліджуваної функції. З імовірністю принаймні $1 - \alpha$, довірчий інтервал набуває вигляду:

$$\hat{H}_{N,T,\Lambda}(\tau) - \varepsilon_\alpha < H(\tau) < \hat{H}_{N,T,\Lambda}(\tau) + \varepsilon_\alpha$$

Для підтвердження теоретичних результатів проведено імітаційне моделювання. Зокрема, вирішено обернену задачу планування експерименту: визначено мінімальний час усереднення T , необхідний для досягнення бажаної точності та надійності при оцінюванні затухаючої синусоїди. Отримані результати демонструють нелінійний компроміс між тривалістю експерименту та точністю оцінювання.

Список використаних джерел:

1. Kozachenko Yu., Rozora I. On Statistical Properties of the Estimator of Impulse Response Function. *Stochastic Processes, Statistical Methods, and Engineering Mathematics*. Springer, Cham, 2023. P. 563–585.
2. Rozora I., Melnyk A. Statistical estimation and hypothesis testing on impulse response function. *Austrian Journal of Statistics*. 2025. Vol. 54, № 1. P. 200–213.